3ο Γενικό Λύκειο Τρικάλων
Διαγώνισμα 1ου τετραμήνου
στα Μαθηματικά Θετικού Προσανατολισμού | Τμήμα ΓΘ1
Ημερομηνία: 19.11.2019 | Διάρκεια εξέτασης: 2 ώρες

Ονοματεπώνυμο μαθητή/τριας ……………………………………………………………………………………

Διδάσκων: ***Δ. Ντρίζος***

ΘΕΜΑ Α

Α1. Να διατυπώσετε και να αποδείξετε το **θεώρημα των ενδιάμεσων τιμών**. Στη συνέχεια να ερμηνεύσετε γεωμετρικά το θεώρημα αυτό.

Α2. Να χαρακτηρίσετε (με αιτιολόγηση) τις παρακάτω προτάσεις με τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή με τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα διάστημα $[\alpha,\beta]$ με $f(\alpha)\cdot f(\beta)>0$, τότε αποκλείεται να υπάρχει $x_0\in(\alpha,\beta)$ τέτοιο, ώστε $f(x_0)=0$

β) Δεν υπάρχει στο μηδέν το όριο της συνάρτησης $f(x)=\dfrac{1}{x^{2\nu+1}}$, $\nu\in\mathbb{N}$.

ΘΕΜΑ Β

Θεωρούμε συνάρτηση $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ η οποία είναι συνεχής και γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$.
Αν για τους πραγματικούς αριθμούς α και β, με $\alpha<\beta$, ισχύει $2f(\alpha)+f(\beta)=3$, να αποδείξετε ότι η εξίσωση $\dfrac{f(x)-1}{x-\alpha}+\dfrac{1-f(2\beta-x)}{x-\beta}=2019$ έχει μία τουλάχιστον ρίζα στο διάστημα (α,β).

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται συνάρτηση f συνεχής στο $\mathbb{R}$ για την οποία ισχύουν:

- $\lim\limits_{t\to+\infty}\left(\sqrt{t^2+f^2(x)\cdot t}-\sqrt{t^2+x^4\cdot t}\right)=0$ για κάθε $x\in\mathbb{R}$
- $f(-1)=f(1)<0$

α) Να αποδείξετε ότι $f^2(x)=x^4$ για κάθε $x\in\mathbb{R}$

β) Να αποδείξετε ότι $f(x)=-x^2$ για κάθε $x\in\mathbb{R}$.

ΘΕΜΑ Δ

Για δύο συναρτήσεις f, g οι οποίες είναι συνεχείς σε ένα διάστημα $[\alpha,\beta]$ ισχύει:

$$f(x)>g(x) \text{ για κάθε } x\in[\alpha,\beta]$$

α) Να αποδείξετε ότι υπάρχει $x_0\in[\alpha,\beta]$ τέτοιο, ώστε:

$$f(x)-f(x_0)\geq g(x)-g(x_0) \text{ για κάθε } x\in[\alpha,\beta]$$

β) Να αποδείξετε ότι για κάθε θετικό αριθμό $r\in\left(0,f(x_0)-g(x_0)\right)$ ισχύει:

$$f(x)>g(x)+r \text{ για κάθε } x\in[\alpha,\beta].$$

Καλή Επιτυχία