
ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΓΙΑ ΜΙΑ ΒΑΣΙΚΗ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ
ΣΤΗΝ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ ΚΑΙ ΤΑ ΠΟΛΥΩΝΥΜΑ

Δ. Ντρίζος

ΘΕΜΑΤΑ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑΣ

1^ο Να συμπληρώσετε τις επόμενες ισότητες:

α) $\text{συν}\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \dots$

β) $\eta\mu\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = \dots$

γ) $\text{συν}\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = \dots$

δ) $\eta\mu\left(201\pi + \frac{\pi}{6}\right) = \dots$

ε) $\text{συν}\left(590\pi - \frac{\pi}{4}\right) = \dots$

στ) $\epsilon\varphi\left(590\pi - \frac{\pi}{4}\right) = \dots$

2^ο Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας:

α) $\frac{16\pi}{3} \text{ rad}$

β) $\frac{101\pi}{4} \text{ rad}$

γ) $\frac{97\pi}{6} \text{ rad}$

δ) $\frac{115\pi}{4} \text{ rad}$

3^ο Χωρίς να χρησιμοποιήσετε τους τύπους που δίνουν τις λύσεις των βασικών τριγωνομετρικών εξισώσεων, αλλά μόνο με τη βοήθεια του τριγωνομετρικού κύκλου, να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:

α) $\eta\mu 7x = 0$

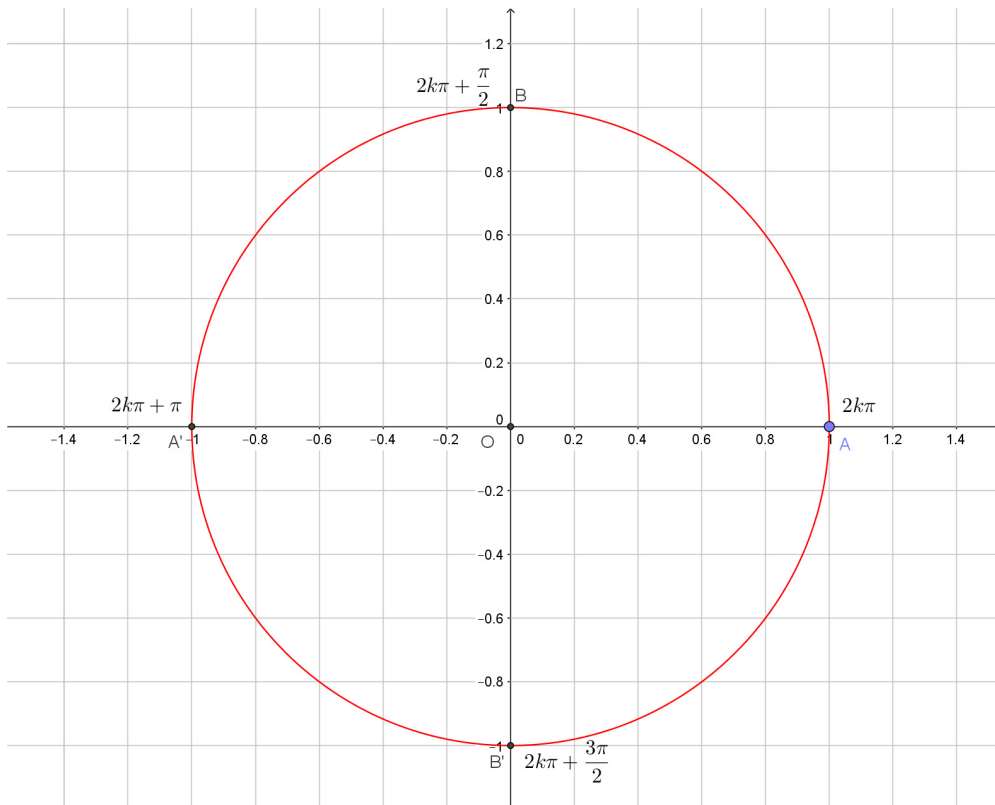
β) $\text{συν} 5x = 0$

γ) $\text{συν}\left(9x + \frac{\pi}{10}\right) = 1$

δ) $\eta\mu\left(2x + \frac{\pi}{8}\right) = -1$

ε) $\text{συν}\left(4x + \frac{\pi}{3}\right) = -1$

στ) $\eta\mu\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$

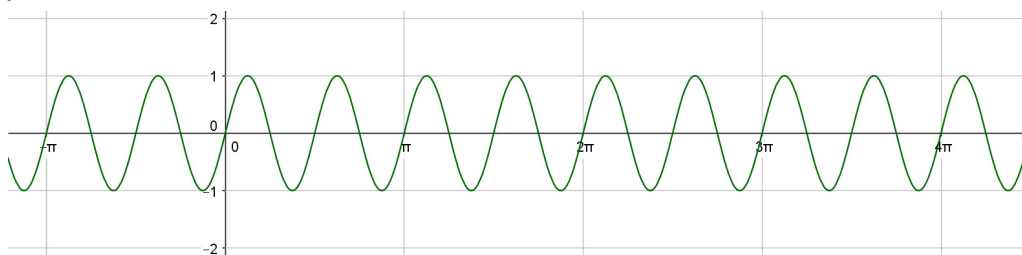


4° Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2 \cdot \eta\mu\left(\frac{1}{4} \cdot x\right)$

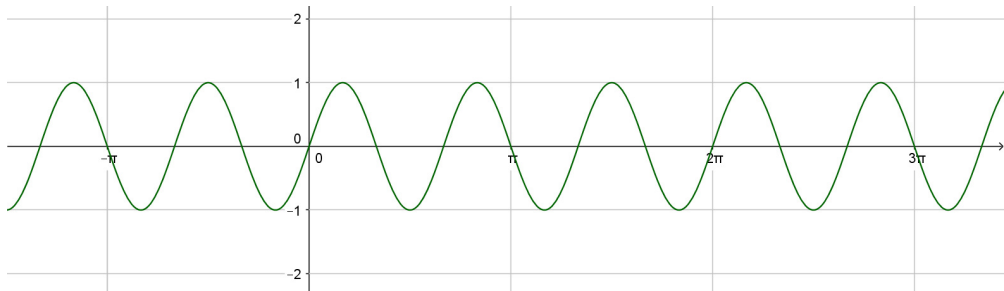
- α) Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της f , καθώς και την περίοδο της.
- β) Να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση f σε διάστημα πλάτους μιας περιόδου.
- γ) Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες η f παίρνει τη μέγιστη τιμή της.
- δ) Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες η f παίρνει την ελάχιστη τιμή της.

5° Να βρείτε τους τύπους των συναρτήσεων, οι γραφικές παραστάσεις των οποίων είναι οι παρακάτω ημιτονοειδείς καμπύλες:

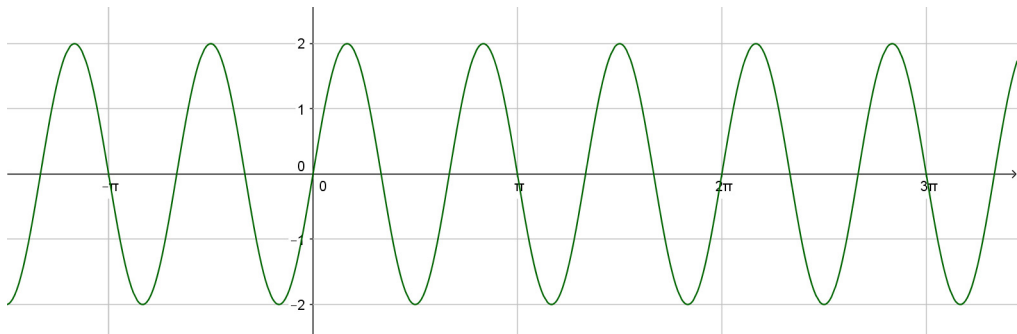
α)



β)



γ)



- 6° Οι θερμοκρασίες που παρατηρήθηκαν κατά τη διάρκεια ενός 12ώρου σε έναν συγκεκριμένο χώρο βρέθηκε ότι προσεγγίζονται από τη συνάρτηση

$$\theta = 18 + 3\eta\mu\left(\frac{\pi}{6} \cdot t\right),$$

όπου η θερμοκρασία θ μετριέται σε C° και ο χρόνος t σε ώρες.

- α) Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη θερμοκρασία που παρατηρήθηκε κατά τη διάρκεια αυτού του 12ώρου, καθώς και τη μέγιστη μεταβολή της.
β) Να κάνετε τον πίνακα μεταβολών της θερμοκρασίας και, στη συνέχεια, να την παραστήσετε γραφικά για $0 \leq t \leq 12$.
γ) Ποιες χρονικές στιγμές η θερμοκρασία κυμάνθηκε μεταξύ των 16 και $18 C^\circ$;

- 7° Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2\eta\mu x$, $x \in [0, \pi]$

- α) Να βρείτε την ελάχιστη και τη μέγιστη τιμή f , την περίοδό της, και στη συνέχεια να σχεδιάσετε τη γραφική της παράσταση.
β) Να βρείτε το πλήθος των κοινών σημείων της C_f με την ευθεία $\varepsilon: y = \frac{1}{2}$ στο διάστημα $[0, \pi]$
γ) Να βρείτε τις ρίζες της εξίσωσης $(f(x))^2 - 2f(x) = 0$ στο διάστημα $[0, \pi]$

ΘΕΜΑΤΑ ΣΤΑ ΠΟΛΥΩΝΥΜΑ

1^ο Θεωρούμε τα πολυώνυμα:

$$P(x) = 2x^3 + 90x^2 - 480x + 975 \text{ και } Q(x) = x^5 - 97x^3 - 2300$$

α) Με τη βοήθεια του σχήματος Horner να βρείτε τα πηλίκια και τα υπόλοιπα των διαιρέσεων:

i) $P(x) : (x + 50)$

ii) $Q(x) : (x - 10)$

β) Να γράψετε την ταυτότητα των διαιρέσεων i) και ii) του ερωτήματος α)

2^ο Θεωρούμε το πολυώνυμο: $A(x) = 31x^{70} - 26x^{40} + 5x^{10} - 8$

Να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης $A(x) : (x + 1)$

3^ο Θεωρούμε το πολυώνυμο: $B(x) = x^4 + 5x^2 + 3$

Να αποδείξετε ότι το $B(x)$ δεν έχει παράγοντα της μορφής $x - \rho$

4^ο Θεωρούμε το πολυώνυμο: $\Gamma(x) = x^4 - 5x^3 + 9x^2 - 8x + 4$

Να αποδείξετε ότι το $\Gamma(x)$ έχει παράγοντα τον $(x - 2)^2$

5^ο Θεωρούμε το πολυώνυμο: $\Delta(x) = x^3 - 2x^2 + \alpha x + \beta$, όπου $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

Να βρείτε τις τιμές των α και β έτσι, ώστε το $\Delta(x)$ να έχει παράγοντα τον $x - 2$ και το υπόλοιπο της διαίρεσης $\Delta(x) : (x - 1)$ να είναι ίσο με 3

6^ο Θεωρούμε το πολυώνυμο: $P(x) = x^4 + 4x^3 + x^2 + \lambda x + \mu$, όπου $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$

α) Αν το $P(x)$ διαιρούμενο με το πολυώνυμο $x + 1$ αφήνει υπόλοιπο -6 , να αποδείξετε ότι $\lambda - \mu = 4$

β) Αν επιπλέον το $P(x)$ έχει παράγοντα τον $x - 2$, να βρείτε τις τιμές των λ και μ .

γ) Να αποδείξετε ότι το $P(x)$ διαιρείται με το $(x - 2)(x + 2)$.

7^ο Θεωρούμε τις συναρτήσεις:

$$f(x) = -x^3 + 400x, \quad h(x) = x^2 + 2x + 1 \text{ και } \tau(x) = x^2 + x + 1$$

Να βρείτε το πλήθος των σημείων στα οποία η γραφική παράσταση καθεμιάς από τις συναρτήσεις αυτές τέμνει τον άξονα x' των τετμημένων.