ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΓΝΩΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ: ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο : Διανύσματα

ΘΕΜΑ Α

Α.1 Σε καρτεσιανό επίπεδο Oxy θεωρούμε δύο σημεία $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$.
Αν (x, y) είναι οι συντεταγμένες του μέσου M του ευθυγράμμου τμήματος AB,
να αποδείξετε ότι: $x = \dfrac{x_1 + x_2}{2}$ και $y = \dfrac{y_1 + y_2}{2}$

Α.2 Να δώσετε τον ορισμό του εσωτερικού γινομένου δύο διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.

Α.3 Αν $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$, $\vec{\gamma}$ είναι τρία οποιαδήποτε διανύσματα του επιπέδου και $x, y \in \mathbb{R}$, να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. $\left(x \cdot \vec{\alpha}\right) \cdot \vec{\beta} = x \cdot \left(\vec{\beta} \cdot \vec{\alpha}\right)$

β. $\left(\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}\right) \cdot \vec{\gamma} = \vec{\alpha} \cdot \left(\vec{\beta} \cdot \vec{\gamma}\right)$

γ. $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$

δ. $\left|\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}\right| = |\vec{\alpha}| \cdot \left|\vec{\beta}\right|$

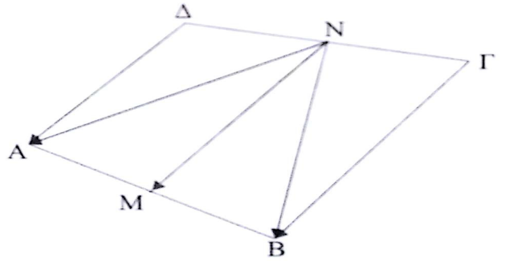
ε. Αν $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 0$ τότε $\vec{\alpha} = \vec{0}$ ή $\vec{\beta} = \vec{0}$

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται κυρτό τετράπλευρο $ΑΒΓΔ$ και έστω $Μ$ και $Ν$ τα μέσα των πλευρών $ΑΒ$ και $ΓΔ$ αντιστοίχως.

α. Να αποδείξετε ότι $\overrightarrow{ΔΑ} + \overrightarrow{ΓΒ} = 2 \cdot \overrightarrow{ΝΜ}$

β. Να βρείτε τον πραγματικό αριθμό λ έτσι, ώστε $\left(17\lambda^3 + 19\right) \cdot \overrightarrow{ΝΜ} = \overrightarrow{ΔΑ} + \overrightarrow{ΓΒ}$



ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται τα σημεία $A\left(1,\frac{-3}{2}\right)$, $B(2,-1)$ και $\Gamma\left(\mu,\frac{\mu-4}{2}\right)$, όπου $\mu\in\mathbb{R}$

α. Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{B\Gamma}$

β. Να αποδείξετε ότι για κάθε $\mu\in\mathbb{R}$ τα σημεία A, B και Γ είναι συνευθειακά.

γ. Να βρείτε την τιμή του μ έτσι, ώστε: $\overrightarrow{B\Gamma}=2016\cdot\overrightarrow{AB}$

δ. Για $\mu=2018$ να βρείτε το μέτρο του διανύσματος $\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2016}\cdot\overrightarrow{B\Gamma}$

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ τέτοια, ώστε:

- $|\vec{\alpha}-3\vec{\beta}|=\sqrt{3}$ και $|\vec{\alpha}+3\vec{\beta}|=1$
- Η γωνία των διανυσμάτων $\vec{\alpha}-3\vec{\beta}$ και $\vec{\alpha}+3\vec{\beta}$ είναι 30°.

Να υπολογίσετε:

1) Τα $|\vec{\alpha}|$ και $|\vec{\beta}|$

2) Το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}$

3) Το συνφ, όπου φ είναι η γωνία των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.