

ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΔΥΟ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ¹
ΕΠΙΛΥΣΗ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ΚΑΙ ΑΝΙΣΩΣΕΩΝ ΜΕ ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΤΙΜΕΣ
ΣΤΟ ΠΛΑΙΣΙΟ ΤΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗΣ ΕΠΟΠΤΕΙΑΣ

Δημήτρης Ντρίζος,
Σχολ. Σύμβουλος Μαθηματικών
e-mail: drizosdim@yahoo.gr

ΘΕΜΑ 1

Χρησιμοποιώντας το σύμβολο της απόστασης δύο αριθμών, να γράψετε τις εξισώσεις ή τις ανισώσεις που αντιστοιχούν στις παρακάτω προτάσεις και στη συνέχεια να βρείτε τις λύσεις τους, με τη βοήθεια γεωμετρικής εποπτείας:

- α)** Η απόσταση των αριθμών x από το 4 πάνω σε έναν άξονα είναι ίση με 6 μονάδες.
- β)** Η απόσταση των αριθμών x από το 3 πάνω σε έναν άξονα είναι μικρότερη ή ίση από 5 μονάδες.
- γ)** Η απόσταση των αριθμών x από το 2 πάνω σε έναν άξονα είναι μεγαλύτερη από 4 μονάδες.
- δ)** Ο αριθμός x πάνω σε έναν άξονα ισαπέχει από τους αριθμούς -1 και 17.
- ε)** Συγκρίνοντας τις αποστάσεις των αριθμών x από το -4 και το 2 βρίσκουμε ότι οι αυτοί είναι πιο κοντά στο -4 απ' ότι στο 2.

ΘΕΜΑ 2

Σε έναν άξονα $x'x$ να θεωρήσετε τα σημεία $A(1)$ και $B(5)$.

- α)** Να βρείτε, αν υπάρχουν, και πόσα, σημεία $M(x)$ πάνω στον $x'x$ τέτοια, ώστε:
 - i)** $MA + MB = 4$
 - ii)** $MA + MB = 1$
 - iii)** $MA + MB = 8$
- β)** Χρησιμοποιώντας το σύμβολο της απόστασης δύο αριθμών, να γράψετε τις γεωμετρικές ισότητες i), ii) και iii) σαν εξισώσεις με άγνωστο το x και να βρείτε τις ρίζες των εξισώσεων αυτών.

¹ Το παρόν σημείωμα εκπονήθηκε για τις ανάγκες 2ωρης πειραματικής διδασκαλίας του Δ. Ντρίζου σε τμήμα μαθητών Α' Λυκείου του ΓΕ.Λ Καλαμπάκας, στις 25 Οκτωβρίου 2016.

ΘΕΜΑ 3

Πάνω σε έναν άξονα θεωρούμε τους αριθμούς x και y έτσι, ώστε:

- η απόσταση των αριθμών x από το 6 να είναι μικρότερη ή ίση του 4.
 - η απόσταση των αριθμών y από το -10 να είναι μικρότερη ή ίση του 5.
- α. Να βρείτε τα διαστήματα των πραγματικών αριθμών στα οποία ανήκουν οι αριθμοί x και y αντίστοιχα, και να τα απεικονίσετε πάνω σε έναν άξονα $x'x$.
- β. Με βάση την απάντησή σας στο ερώτημα α), να βρείτε τη μικρότερη και τη μεγαλύτερη τιμή της παράστασης $|y - x|$

ΘΕΜΑ 4

Σε έναν άξονα $x'x$ να πάρετε δύο οποιαδήποτε σημεία $A(\alpha)$ και $B(\beta)$, και έπειτα να προσδιορίσετε γεωμετρικά τα σημεία του άξονα στα οποία αντιστοιχούν οι αριθμοί $\alpha - \beta$, $\beta - \alpha$, και $\alpha + \beta$.

ΘΕΜΑ 5

Πάνω σε έναν άξονα θεωρούμε τους x και y έτσι, ώστε:

$$x^2 - 4x + y^2 + 10y + 20 = 0$$

- α. Να αποδείξετε ότι $|x - 2| \leq 3$ και $|y + 5| \leq 3$
- β. Να αποδείξετε ότι $y < x$
- γ. Να βρείτε την ελάχιστη και την μέγιστη τιμή της παράστασης $|y - x|$

ΘΕΜΑ 6

Αν $-9 < 5x - 4 < 1$ και $1 < -4y + 5 < 9$, να αποδείξετε ότι:

- α. $-1 < x < 1$ και $-1 < y < 1$
- β. $|x - y| < 2$
- γ. $17 - |y| + |xy| - 17|x| > 0$