

Αναζητώντας πρακτικές για μια δημιουργική τάξη μαθηματικών

Δημήτρης Ντρίζος
Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών
Τρικάλων και Καρδίτσας
drizosdim@yahoo.gr

Στο παρόν συνοπτικό Σημείωμα¹ επιχειρούμε να περιγράψουμε προϋποθέσεις και διδακτικές πρακτικές, οι οποίες θα μας επέτρεπαν, έως ένα βαθμό, να χαρακτηρίσουμε μια σχολική τάξη μαθηματικών με τον όρο *δημιουργική τάξη μαθηματικών*.

1. Τα μαθηματικά και η διδασκαλία τους στη σχολική τάξη: σκέψεις και προτάσεις για μια *δημιουργική τάξη*

Τα Μαθηματικά αυτά καθαυτά χαρακτηρίζονται από την εσωτερική δομική τους τελειότητα: Πρόκειται ακριβώς για ένα σύστημα υποδειγματικά δομημένο, που αρχίζει με τη διατύπωση των *πρώτων εννοιών* και των *αξιωμάτων*, και ακολουθούν διαδοχικά τα *θεωρήματα*, τα *πορίσματα* και οι διάφορες *συνέπειές τους*.

Η διδασκαλία τους όμως είναι μια άλλη υπόθεση. Είναι, κατεξοχήν, μια διαδικασία επικοινωνίας. Επικοινωνία του καθηγητή με τους μαθητές του με μια επιδίωξη: να κατακτήσουν οι μαθητές ορισμένες συγκεκριμένες, κάθε φορά, γνώσεις. Και το κρίσιμο ερώτημα που εδώ ανακύπτει είναι το εξής: Αν ο καθηγητής γνωρίζει καλά την ύλη που σκοπεύει να διδάξει, το στοιχείο αυτό δεν είναι από μόνο του ικανό, ώστε να πραγματοποιήσει μια ποιοτική και παράλληλα αποτελεσματική διδασκαλία; Σίγουρα, βέβαια, η πολύ καλή γνώση της ύλης είναι οπωσδήποτε αναγκαία συνθήκη. Όμως δεν είναι από μόνη της και ικανή. Ο καθηγητής είναι απαραίτητο να ξέρει και άλλα, περισσότερα πράγματα. Και μεταξύ αυτών, να ξέρει πολύ καλά το γνωστικό επίπεδο των μαθητών του, αλλά και τον τρόπο με τον οποίο αυτοί μαθαίνουν –και όχι μόνον.

Πριν τη διδασκαλία ο καθηγητής καλείται να πάρει κρίσιμες αποφάσεις: Και, πρώτα απ' όλα, να αποφασίσει ποιο μέρος της ενότητας που σκοπεύει να διδάξει, είναι ανάγκη να το παρουσιάσει ο ίδιος στην τάξη. Και, κυρίως, με ποια σειρά και με ποιο ακριβώς σχέδιο. Κι όλα τα υπόλοιπα πρέπει να “βγουν” μέσα από έναν καλοσχεδιασμένο και καλά συντονισμένο διάλογο με την τάξη. Μια τάξη που, υπό την εποπτεία του καθηγητή, συνδιαλέγεται με στόχο να βρεθούν απαντήσεις στα ερωτήματα που θέτει ο καθηγητής. Μια τάξη που προσομοιάζει, κατά κάποιον τρόπο,

¹ Πρόκειται για μια βελτιωμένη εκδοχή παλαιότερων σημειωμάτων μου αναφορικά με τη διδασκαλία των μαθηματικών στη σχολική τάξη και πήρε την παρούσα μορφή κατά την περίοδο ανάπτυξης του σεμιναρίου *μαθηματικής παιδείας: για μια δημιουργική τάξη μαθηματικών από την οπτική της Ευκλείδειας και της Αναλυτικής Γεωμετρίας* (Τρίκαλα και Καρδίτσα / Φεβρουάριος – Μάρτιος 2015).

με εργαστήριο μάθησης, όπου ο καθηγητής ακούει προσεκτικά τις απαντήσεις που δίνονται, και επιχειρεί συστηματικά, όταν κάποια απάντηση δεν είναι η αναμενόμενη, να φέρει τον μαθητή που την έδωσε, στο σημείο εκείνο που θα κατανοήσει ο ίδιος την αστοχία ή το λάθος που έκανε. Αυτό βέβαια είναι κάτι που θέλει τον χρόνο του. Κι εδώ πρέπει να κατανοήσουμε όλοι ότι αυτός ο χρόνος, της απαραίτητης αναμονής, δεν είναι χαμένος χρόνος. Μόνο έτσι μια πληροφορία των μαθηματικών εν δυνάμει μπορεί στο νου του μαθητή να μετουσιωθεί σε γνώση. Κι αυτό γιατί ο νους έχει ανάγκη κάποιου χρόνου ώστε, αφού πρώτα επεξεργαστεί τις πληροφορίες, να τις εντάξει έπειτα σε ένα προϋπάρχον “γνωστικό σχήμα” ή, ορισμένες φορές, να δημιουργήσει και κάποιο άλλο καινούριο γνωστικό σχήμα.

Πέρα όμως απ’ όλα τα παραπάνω, να τονίσουμε εδώ την αξία και τον ρόλο του διδακτικού υλικού, που θα χρησιμοποιήσουμε για να “δουλέψει” η τάξη δημιουργικά. Το υλικό αυτό θα πρέπει να υποβοηθά στη σύνδεση των νέων γνώσεων που θέλουμε να διδάξουμε με άλλες προϋπάρχουσες γνώσεις, και, παράλληλα, τα ερωτήματά μας να στοχεύουν στην ανέλιξη της δημιουργικής και κριτικής σκέψης των μαθητών.

Να σημειώσουμε, επίσης, με ιδιαίτερη έμφαση ότι η επιτυχής αντιμετώπιση ενός μαθηματικού προβλήματος προϋποθέτει την πνευματική συγκέντρωση του μαθητή πάνω στα ερωτήματα που συγκροτούν το πρόβλημα. Πειθαρχημένη σκέψη και επιμονή, ώστε, αφού πρώτα κατανοήσει, σημείο προς σημείο, όλες τις πληροφορίες που του δίνονται, να αναζητήσει έπειτα την κρίσιμη ιδέα που θα του επιτρέψει να “ξεκλειδώσει” το πρόβλημα. Να δει προσεκτικά τη διασύνδεση αυτής της ιδέας με τους όρους –υποθέσεις και συμπεράσματα– που το συνθέτουν. Την ιδέα που θα του επιτρέψει να πάει και στο τελικό βήμα, που είναι η προσεκτική διατύπωση της λύσης του προβλήματος.

2. Οι ερευνητικές δραστηριότητες στο πλαίσιο της διδασκαλίας των μαθηματικών

Ξεκινώντας από την κοινά αποδεκτή θέση ότι κάθε διδασκαλία πρέπει να στοχεύει στην ουσιαστική κατάκτηση των γνώσεων από τους μαθητές, κρίνουμε σκόπιμο να αναφερθούμε σε ορισμένες προϋποθέσεις που πιστεύουμε ότι ευνοούν μια διδασκαλία των μαθηματικών, με έμφαση στην ανάπτυξη ερευνητικών δραστηριοτήτων. Και ως πρώτη προϋπόθεση θεωρούμε την *ενσυνείδητη εμπλοκή του μαθητή στις διαδικασίες της μάθησης*: Είναι απαραίτητο, πρώτα απ’ όλα, να πεισθεί ο μαθητής ότι η εν λόγω γνώση τον ενδιαφέρει και η προσωπική του συμμετοχή σ’ αυτήν τη διαδικασία μετράει και έχει νόημα· ότι έτσι συμβάλλει κι αυτός με τον δικό του τρόπο στην “κατασκευή” και διαμόρφωση της νέας γνώσης και δεν είναι απλά ένας παθητικός δέκτης ασύνδετων, κατά κανόνα, πληροφοριών. Με αυτές τις προϋποθέσεις, δημιουργείται μια τάξη, στην οποία οι μαθητές συμμετέχουν στην αναζήτηση και επινόηση της γνώσης - και ο ρόλος εδώ του διδάσκοντα είναι, κυρίως, αυτός του εμπνευστή, του καθοδηγητή και του καλού συντονιστή, που υποβάλλει στην κατάλληλη στιγμή εύστοχες ερωτήσεις, οι οποίες προωθούν διαδικασίες έρευνας και γόνιμου προβληματισμού. Μια τέτοια τάξη, στην οποία ο διδάσκων θέτει προβλήματα προς λύση και, συγχρόνως, λειτουργεί διευκολυντικά στη διαπραγμάτευσή τους, δημιουργεί μια *διερευνητική τάξη μαθηματικών*.

Σε τέτοιες τάξεις μαθηματικών, οι μαθητές στην πορεία διαπραγμάτευσης κάποιου μη τετριμμένου προβλήματος οδηγούνται σταδιακά –υπό την καθοδήγηση του διδάσκοντα και τη συμβολή, όταν κρίνεται σκόπιμο, ενός δυναμικού μαθηματι-

κού λογισμικού— από τη μελέτη επιμέρους περιπτώσεων στη διατύπωση επεκτάσεων και γενικεύσεων: μια ικανότητα, η οποία σχετίζεται με τη *μαθηματική ανακάλυψη*, την επινόηση δηλαδή των κρίσιμων και κομβικών ιδεών που μάς δείχνουν το δρόμο για τη λύση. Σ' αυτήν τη δημιουργική πορεία, καθώς ο μαθητής αναζητά επίμονα τη λύση κάποιου προβλήματος, σημαντικό ρόλο παίζει και η *διαίσθηση* που βασίζεται κυρίως στην εποπτεία (κατά τον Richard Courant, η έλλειψη της εξάρτησης των αποδείξεων από τη διαίσθηση οδηγεί σε "μαθηματική ατροφία").

Με τις παραπάνω σκέψεις, επιχειρούμε να διευκρινίσουμε —με μεγάλη βέβαια συντομία— τις παιδευτικές προθέσεις μιας διερευνητικής τάξης μαθηματικών και, παράλληλα, να αναπτύξουμε περαιτέρω το "*διδακτικό σχήμα*" του G. Polya για ένα περιβάλλον διερευνητικής διδασκαλίας και μάθησης, όπου οι μαθητές για την επίλυση ενός προβλήματος:

(α) πειραματίζονται και παρατηρούν στο πλαίσιο της *επαγωγικής συλλογιστικής*: αντιμετωπίζουν δηλαδή, πρώτα-πρώτα, επιμέρους περιπτώσεις του προβλήματος (ειδικεύσεις),

(β) εντοπίζουν μια ιδιότητα ή μια κατάσταση που συνήθως εμφανίζεται σε όλες τις επιμέρους περιπτώσεις που εξέτασαν,

(γ) διατυπώνουν εικασίες,

(δ) επινοούν ένα σχέδιο για τη μαθηματική απόδειξη των εικασιών, το οποίο στη συνέχεια τροποποιούν όσες φορές απαιτηθεί, έως ότου καταλήξουν στο επιθυμητό αποτέλεσμα,

(ε) ελέγχουν αν τα αποδεικτικά βήματα που ακολούθησαν, καθώς και το συμπέρασμα στο οποίο κατέληξαν, είναι απολύτως συνεπή προς όλες τις υποθέσεις του προβλήματος και

(στ) προσπαθούν να δούν το υπό μελέτη πρόβλημα ως ειδίκευση ενός γενικού προβλήματος και, ακολούθως, να μελετήσουν αυτό το γενικό πρόβλημα.

Βέβαια, είναι σκόπιμο να σημειώσουμε εδώ ότι οι απαιτήσεις της καθοδήγησης και του συντονισμού μιας διερευνητικής τάξης μαθηματικών προϋποθέτουν σχολαστική προετοιμασία στη βάση κυρίως μιας ενδιαφέρουσας δραστηριότητας και, επιπλέον, κατάλληλη οργάνωση της τάξης.

Έχουμε τη γνώμη ότι ο διάλογος που θα αναπτυχθεί στην τάξη, με έναυσμα την αναζήτηση απαντήσεων σε ερωτήματα τέτοιων δραστηριοτήτων, θα συμβάλει ώστε να αναδειχθούν και εμπεδωθούν ιδέες και πρακτικές που βαθμιαία βελτιώνουν τη μαθηματική ικανότητα, η οποία είναι, τελικά, και το ποιοτικό ζητούμενο της μαθηματικής εκπαίδευσης.

