ΣΧΕΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

1	Κάνουμε μια μικρή εισαγωγή λέγοντας στους μαθητές ότι στο σημερινό μάθημα θα επιχειρήσουμε να προσεγγίσουμε τη λύση κάθε ερωτήματος χρησιμοποιώντας μαθηματικά εργαλεία τόσο από την άλγεβρα και την γεωμετρία όσο και από την τριγωνομετρία και την αναλυτική γεωμετρία.
2	Ανοίγουμε τα αρχεία geogebra **«ΣΚΑΛΑ»** και **«ΠΡΟΒΛΗΜΑ»** όπου βλέπουμε τη σκάλα τόσο σε 2 όσο και σε 3 διαστάσεις ώστε να καταλάβουν οι μαθητές τι παριστάνει το σχήμα που εμφανίστηκε μπροστά τους .
3	Κάνουμε κλίκ στο **κουτάκι 1** και εμφανίζεται η εκφώνηση ενός προβλήματος την οποία διαβάζουμε στους μαθητές . Τους δίνουμε χρόνο να σκεφθούν πως θα μπορούσαμε να προσεγγίσουμε τη λύση και κατόπιν μοιράζουμε το φύλλο εργασίας στους μαθητές.
4	Ξετσεκάρουμε το **κουτάκι 1** και εμφανίζουμε ένα σύστημα αξόνων. Τσεκάρουμε το **κουτάκι 2α**. Θέτουμε $M(x,y)$ και τους ζητάμε στο φύλλο εργασίας να βρουν τις συντεταγμένες των Γ,Δ και τα μήκη των ΜΓ,ΜΔ ,ΔΑ ,ΒΓ .Μετά τις απαντήσεις των μαθητών μετακινούμε τον πρώτο δρομέα ,οπότε εμφανίζονται οι σωστές απαντήσεις. Αφού δώσουμε λίγο χρόνο να σκεφθούν πως θα μπορούσαν να αξιοποιήσουν τις πληροφορίες που βρήκαμε και δεν λάβουμε κάποια ικανοποιητική απάντηση ,τους θέτουμε κατάλληλα ερωτήματα ώστε να προχωρήσουν.
5	Μετακινώντας το **δεύτερο δρομέα** εμφανίζεται μια λύση με όμοια τρίγωνα. Μετακινώντας τον **τρίτο δρομέα** έχουμε λύση με τη βοήθεια των διανυσμάτων Με τον **τέταρτο δρομέα** έχουμε λύση με τη βοήθεια της τριγωνομετρίας ,λύση που γράφουν αναλυτικά και οι μαθητές στο φύλλο εργασίας τους ,τόσο λόγω της απλότητάς της όσο και επειδή θα χρειαστούμε στοιχεία της λύσης αυτά για επόμενα ερωτήματα. Τσεκάρουμε το **κουτάκι 2β** όπου βλέπουν οι μαθητές το μέρος της έλλειψης στην οποία ανήκει το Μ. Κατόπιν τους ρωτάμε αν η έλλειψη αυτή έχει πάντα τις εστίες της στον άξονα χ΄χ καθώς και αν είναι πάντοτε έλλειψη η γραμμή στην οποία κινείται το σημείο Μ. Αλλάζοντας τις τιμές των δρομέων βλέπουμε πως αλλάζει η μορφή της καμπύλης. Επαναφέρουμε τους δρομείς και ξετσεκάρουμε τα **κουτάκια 2α,2β .** Κατόπιν ανοίγουμε και το αρχείο geogebra **«ΕΛΛΕΙΨΟΓΡΑΦΟΣ»** όπου εμφανίζεται ένα όργανο γνωστό από την αρχαιότητα ως «ελλειψογράφος του Αρχιμήδη» ή «ελλειψογράφος του Πρόκλου» με το οποίο μπορούμε να κατασκευάσουμε ελλείψεις , η λειτουργία του οποίου βασίζεται στο πρόβλημα με το οποίο ασχολήθηκαν οι μαθητές.
6	Τσεκάρουμε το **κουτάκι 3** και λέμε στους μαθητές ότι θα ασχοληθούμε με το εμβαδόν του τριγώνου που δημιουργεί η σκάλα με τους άξονες. Μετακινώντας το σημείο Α παρατηρούν να αλλάζει το εμβαδόν του τριγώνου. Θέτουμε λοιπόν το ερώτημα ,πότε μεγιστοποιείται το εμβαδόν αυτό ; Τους αφήνουμε να σκεφθούν και αφού ακούσουμε τις απαντήσεις τους ,λέμε ότι θα επιχειρήσουμε να απαντήσουμε με διάφορους τρόπους ,αρχικά γεωμετρικά ,κατόπιν τριγωνομετρικά και τέλος αλγεβρικά. • Με τον **πρώτο δρομέα** έχουμε την γεωμετρική λύση η οποία βασίζεται στο ότι τα ορθογώνια τρίγωνα που δημιουργούνται έχουν σταθερή υποτείνουσα Άρα απομένει να βρούμε εκείνα τα τρίγωνα με το μέγιστο ύψος προς την υποτείνουσα. • Με τον **δεύτερο δρομέα** εμφανίζονται τα βήματα της λύσης με τριγωνομετρικό τρόπο ,με τον οποίο τους βοηθούμε να κατασκευάσουν μια συνάρτηση που να δίνει το εμβαδόν συναρτήσει της γωνίας. Έτσι το πρόβλημα ανάγεται στην μελέτη του μεγίστου μιας τριγωνομετρικής συνάρτησης. • Με τον **τρίτο δρομέα** εμφανίζεται η αλγεβρική λύση ,όπου αρχικά τους δίνουμε να αποδείξουν μια βοηθητική πρόταση. Αν δεν καταφέρουν να συσχετίσουν την βοηθητική πρόταση με το ζητούμενο τους καθοδηγούμε. Στην προβολή **Γραφικά 2** μπορούν να δουν οι μαθητές την γραφική παράσταση της συνάρτησης και το μέγιστο αυτής. Επαναφέρουμε τον δρομέα και ξετσεκάρουμε το **κουτάκι 3** .
7	Τσεκάρουμε το **κουτάκι 4** και λέμε στους μαθητές ότι θα ασχοληθούμε και με την μελέτη της περιμέτρου του τριγώνου που δημιουργεί η σκάλα με τους άξονες. Μετακινώντας το σημείο Α παρατηρούν να αλλάζει η περίμετρος του τριγώνου. Θέτουμε λοιπόν το ερώτημα πότε μεγιστοποιείται η περίμετρος ; Τους αφήνουμε να σκεφθούν και αφού ακούσουμε τις απαντήσεις τους ,λέμε ότι θα επιχειρήσουμε να απαντήσουμε όπως και πριν τόσο γεωμετρικά όσο και με τη βοήθεια της άλγεβρας και της τριγωνομετρίας. • Με τον **πρώτο δρομέα** εμφανίζεται η αλγεβρική λύση όπου αρχικά τους δίνουμε να αποδείξουν μια βοηθητική πρόταση. Η λύση αυτή βασίζεται στο ότι το άθροισμα των τετραγώνων των κάθετων πλευρών είναι σταθερό. • Με τον **δεύτερο δρομέα** εμφανίζονται τα βήματα της λύσης με τριγωνομετρικό τρόπο ,όπου και εδώ πρώτα αποδεικνύουν μια ισότητα που θα τους βοηθήσει μετέπειτα. Πάλι κατασκευάζουν μια συνάρτηση που να δίνει την περίμετρο συναρτήσει της γωνίας ,οπότε το πρόβλημα ανάγεται στην μελέτη του μεγίστου μιας τριγωνομετρικής συνάρτησης. Στην προβολή **Γραφικά 2** μπορούν να δουν οι μαθητές την γραφική παράσταση της συνάρτησης και το μέγιστο αυτής. • Με τον **τρίτο δρομέα** εμφανίζεται η γεωμετρική λύση ,η οποία είναι και η δυσκολότερη λόγω των βοηθητικών γραμμών που πρέπει να κατασκευάσουμε. Επειδή το σχήμα που εμφανίζεται καλύπτει μεγάλο μέρος της οθόνης ,θα πρέπει να γίνει μια σμίκρυνση για να εμφανισθούν σωστά και τα κείμενα που συνοδεύουν τη λύση. Επαναφέρουμε τον δρομέα και ξετσεκάρουμε το **κουτάκι 3** .
8	Τσεκάρουμε το **κουτάκι 5** και λέμε στους μαθητές ότι θα ασχοληθούμε και με την μελέτη μιας άσκησης που υπάρχει στις γενικές ασκήσεις του κεφαλαίου των κωνικών τομών. Μετακινώντας τον δρομέα εμφανίζονται οι εξισώσεις δυο γραμμών που μάλλον εύκολα οι μαθητές θα βρουν ότι είναι εξισώσεις κύκλων. Υπενθυμίζουμε τις σχετικές θέσεις που μπορεί να έχουν δυο κύκλοι και αλλάζοντας τιμές στο δρομέα εμφανίζονται τα ερωτήματα και οι απαντήσεις.