Τρία θέματα , τα οποία λύνονται εξίσου όμορφα , τόσο με Ευκλείδεια , όσο και με Καρτεσιανή Γεωμετρία

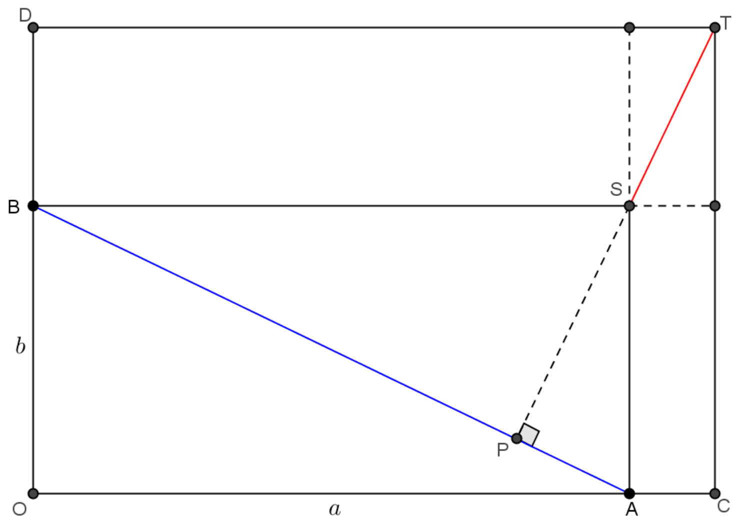
Υπεύθυνος : Θανάσης Καραντάνας

1^{o} **.** Στο ορθογώνιο OCTD ισχύουν τα εξής : $OA \cdot AC = OB \cdot BD =$ σταθ. (στο παράδειγμα τα γινόμενα αυτά είναι ίσα με 8) .

Οι κάθετες των OA , OB στα A , B αντίστοιχα τέμνονται στο σημείο S .

α) Δείξτε (με δύο τουλάχιστον τρόπους) , ότι το τμήμα TS είναι κάθετο προς το τμήμα AB .

β) Υπολογίστε το ελάχιστο εμβαδόν του ορθογωνίου OCTD .

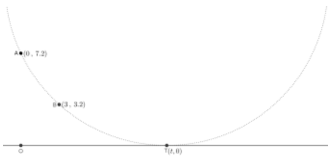


2^{o}**.** Δίνεται ευθεία ε (ας πούμε ο άξονας x'x) και δύο σημεία A και B στο ίδιο ημιεπίπεδο

(στο παράδειγμα αυτά είναι τα A(0 , 7.2) και B(3 , 3.2)).

Κατασκευάστε κύκλο ο οποίος να διέρχεται από τα A, B και να εφάπτεται της ευθείας ε .

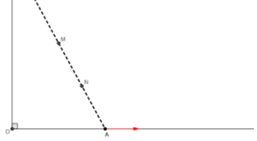
Σημείωση : Πρόκειται για μια από τις διάσημες Απολλώνιες κατασκευές



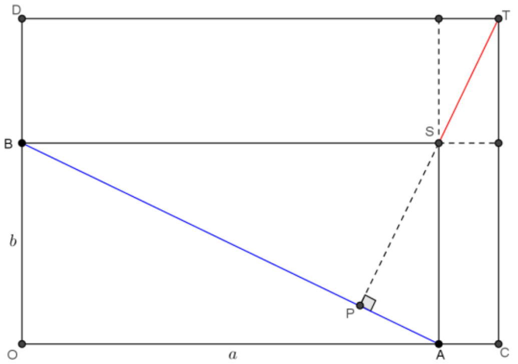
3^{o} Σκάλα ΑΒ μήκους 8m (!) , είναι αρχικά «κολλημένη» σε κατακόρυφο τοίχο και κάποια στιγμή αρχίζουμε να απομακρύνουμε το κάτω άκρο της , Α , από τη βάση του τοίχου , μέχρι που αυτή να οριζοντιωθεί .

α) Βρείτε τη γραμμή που θα διαγράψει το μέσο Μ της σκάλας ΑΒ

β) Βρείτε τη γραμμή που θα διαγράψει το σημείο Ν που βρίσκεται στο $\frac{1}{4}$ της σκάλας (από το Α)



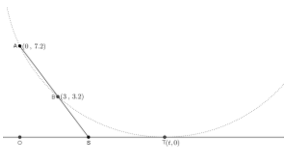
Σύντομες απαντήσεις



1^{o} **.** αα) Με ομοιότητα τριγώνων με υποτείνουσες τα εμπλεκόμενα τμήματα .

αβ) Ονομάζω α την τετμημένη του Α , οπότε του C είναι $\alpha + \frac{8}{\alpha}$ κ.λ.π**.** και βρίσκω ας πούμε τις κλίσεις των AB , TS

β) Με χρήση της ανισότητας Αριθμητικού – Γεωμετρικού μέσου .

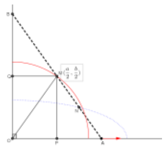


2^{o} Α) τρόπος . Προεκτείνω την AB και ονομάζω S το σημείο τομής με την ε . Θα είναι $ST^2 = SB \cdot SA$ Κατασκευάζω το ST με το γνωστό τρόπο κατασκευής του γεωμετρικού μέσου .

$$ST^2 = SB \cdot SA$$

Β) Βρίσκω την τετμημένη του S (είναι 5,4) και τότε SB=4 , SC=9 , οπότε : ST=6

Ββ) Βρίσκω την εξίσωση της μεσοκαθέτου του AB και , αν K το κέντρο του κύκλου , θα είναι : KA=KT



3ο αα) Το ΟΜ έχει σταθερό μήκος (διάμεσος προς την υποτείνουσα)

αβ) Δίνω συντεταγμένες στο Μ και βρίσκω την εξίσωση του κύκλου (ακριβέστερα του τεταρτοκυκλίου)

β) Τώρα αναγκαστικά συντεταγμένες Ν $\left(\frac{3\alpha}{4}\ ,\ \frac{\beta}{4}\right)$ και προκύπτει τέταρτο έλλειψης με μεγάλο ημιάξονα 6 και μικρό 2 .

Στόχος της επεξεργασίας αυτής των τριών θεμάτων είναι η εμπέδωση από τους μαθητές του γεγονότος ότι , πολλά θέματα μπορούν να αντιμετωπιστούν , είτε με Ευκλείδεια είτε με Καρτεσιανή Γεωμετρία και μάλιστα , κατά περίπτωση κάποια από τις δύο μεθόδους δίνει εμφανώς απλούστερη λύση .

Επίσης γίνεται φανερό ότι η διαχείριση των «δυσκολότερων» σχημάτων (όπως οι κωνικές τομές) σχεδόν επιβάλλει την αντιμετώπιση με Γεωμετρία συντεταγμένων , αλλά υποδεικνύεται στους μαθητές κάθε τέτοιο θέμα να προσεγγίζεται - όπου αυτό είναι δυνατόν - με Ευκλείδεια Γεωμετρία , της οποίας η «ομορφιά» θεωρείται αξεπέραστη .

Το πρώτο θέμα αντλήθηκε από το φάκελο : «Διερεύνηση ιδιοτήτων σχήματος» το δεύτερο θέμα ανήκει στον τομέα των «κατασκευών» , ενώ το τρίτο εντάσσεται στους «Γεωμετρικούς τόπους» .

Η συμβολή του Geogebra στην πρώτη κατανόηση του σχήματος και των ζητουμένων υπήρξε (σύμφωνα με την εκφρασθείσα άποψη μαθητών και καθηγητών) σημαντική – αλλά όχι καθοριστική .

Εγγενής αδυναμία του εγχειρήματος η διδασκαλία των δύο μαθημάτων (Γεωμετρίας και Μαθηματικών Προσανατολισμού) από διαφορετικούς καθηγητές .

Τεχνική αδυναμία : Η προβολή των σχημάτων καταλάμβανε μεγάλο μέρος του πίνακα κι έτσι ο διατιθέμενος πίνακας για πράξεις κ.λ.π. , ήταν πολύ λίγος .

Η όλη δραστηριότητα ήταν ενταγμένη σε σειρά πειραματικών διδασκαλιών , με τίτλο : «Για μια δημιουργική τάξη μαθηματικών από την οπτική της Ευκλείδειας και της Αναλυτικής Γεωμετρίας» και πραγματοποιήθηκε στο 4ο Λύκειο Καρδίτσας , υπό την αιγίδα του σχ. Συμβούλου Δημ. Ντρίζου