



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ

ΕΝΙΑΙΟΣ ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΟΣ ΤΟΜΕΑΣ
Π/ΘΜΙΑΣ & Δ/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ
Δ/ΝΣΗ ΣΠΟΥΔΩΝ Δ/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ
ΤΜΗΜΑ Α΄

Βαθμός Ασφαλείας:
Να διατηρηθεί μέχρι:
Βαθ. Προτεραιότητας:

Αθήνα, 24-09-2014
Αρ. Πρωτ. 152504/Γ2

Ταχ. Δ/ση: Ανδρέα Παπανδρέου 37
Τ.Κ. – Πόλη: 15180 Μαρούσι
Ιστοσελίδα: www.minedu.gov.gr
Πληροφορίες: Αν. Πασχαλίδου
Τηλέφωνο: 210-3443422

ΠΡΟΣ:

- Δ/νσεις Δ/θμιας Εκπ/σης
- Γραφεία Σχολικών Συμβούλων
- Γενικά Λύκεια (μέσω των Δ/νσεων Δ/θμιας Εκπ/σης)

ΚΟΙΝ.:

- Περιφερειακές Δ/νσεις Εκπ/σης
- Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής
Αν. Τσόχα 36
11521 Αθήνα

ΘΕΜΑ: Οδηγίες διδασκαλίας των μαθημάτων Α΄ και Β΄ τάξεων Ημερησίου ΓΕΛ και Α΄, Β΄ και Γ΄ τάξεων Εσπερινού ΓΕΛ

Μετά από σχετική εισήγηση του Ινστιτούτου Εκπαιδευτικής Πολιτικής (πράξη 52/25-08-2014 του Δ.Σ.) σας αποστέλλουμε τις παρακάτω οδηγίες διδασκαλίας των Α΄ και Β΄ τάξεων Ημερησίου ΓΕΛ και Α΄, Β΄ και Γ΄ τάξεων Εσπερινού ΓΕΛ για το σχ. έτος 2014-2015.

Συγκεκριμένα:

**ΑΛΓΕΒΡΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ
Α΄ ΤΑΞΗ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**

I. Εισαγωγή

Το μάθημα «Άλγεβρα και Στοιχεία Πιθανοτήτων» περιέχει σημαντικές μαθηματικές έννοιες, όπως της πιθανότητας, της απόλυτης τιμής, των προόδων, της συνάρτησης κ.ά., οι οποίες είναι απαραίτητες για την μετέπειτα μαθηματική εξέλιξη των μαθητών. Οι μαθητές έχουν έρθει σε μια πρώτη επαφή με αυτές τις έννοιες σε προηγούμενες τάξεις. Στην Α΄ Λυκείου θα τις αντιμετωπίσουν σε ένα υψηλότερο επίπεδο αφαίρεσης, το οποίο δημιουργεί ιδιαίτερες δυσκολίες στους μαθητές. Για την αντιμετώπιση αυτών των δυσκολιών προτείνεται να αφιερωθεί ικανός χρόνος στην εμπέδωση των νέων εννοιών, μέσω της ανάπτυξης και σύνδεσης πολλαπλών αναπαραστάσεων τους και στη χρήση τους στην επίλυση προβλημάτων. Επίσης, να αφιερωθεί χρόνος ώστε οι μαθητές να εμπλακούν στην αναγνώριση ομοιοτήτων και διαφορών μεταξύ ιδιοτήτων και διαδικασιών καθώς και σε διαδικασίες γενίκευσης. Οι πολλαπλές αναπαραστάσεις και η σύνδεσή τους μπορούν υποστηριχθούν από ψηφιακά περιβάλλοντα,

με τη βοήθεια των οποίων οι μαθητές μπορούν να εμπλακούν σε ουσιαστικές μαθηματικές δραστηριότητες. Μέσα από τη διερεύνηση ομοιοτήτων και διαφορών - για παράδειγμα η συσχέτιση των διαδικασιών επίλυσης ή της μορφής των λύσεων εξισώσεων και ανισώσεων, η συσχέτιση ορισμένων ιδιοτήτων των ριζών και των αποδείξεών τους με αντίστοιχες των απολύτων τιμών - οι μαθητές μπορούν να κατανοήσουν καλύτερα τις σχετικές έννοιες και διαδικασίες.

II. Διαχείριση διδακτέας ύλης

Εισαγωγικό Κεφάλαιο

(Προτείνεται να διατεθούν 2 διδακτικές ώρες)

Στο κεφάλαιο αυτό οι μαθητές διαπραγματεύονται την έννοια του συνόλου καθώς και σχέσεις και πράξεις μεταξύ συνόλων. Ειδικότερα:

Όσον αφορά στην §Ε.1, αυτή να μη διδαχθεί ως αυτόνομο κεφάλαιο αλλά να συζητηθεί το νόημα και η χρήση των στοιχείων της Λογικής στις ιδιότητες και προτάσεις που διατρέχουν τη διδακτέα ύλη (για παράδειγμα στην ιδιότητα $\alpha \cdot \beta \neq 0 \Leftrightarrow \alpha \neq 0$ και $\beta \neq 0$ της §2.1 μπορεί να διερευνηθεί το νόημα της ισοδυναμίας και του συνδέσμου «και»).

§Ε.2

Οι μαθητές αντιμετωπίζουν για πρώτη φορά με συστηματικό τρόπο την έννοια του συνόλου και των σχέσεων και πράξεων μεταξύ συνόλων. Επειδή η έννοια του συνόλου είναι πρωταρχική, δηλαδή δεν ορίζεται, χρειάζεται να τονισθούν οι προϋποθέσεις που απαιτούνται για να θεωρηθεί μια συλλογή αντικειμένων σύνολο μέσα από κατάλληλα παραδείγματα (π.χ. το σύνολο που αποτελείται από τα θρανία και τους μαθητές της τάξης, το «σύνολο» των ψηλών μαθητών της τάξης).

Η αναπαράσταση συνόλων, σχέσεων και πράξεων αυτών καθώς και η μετάβαση από τη μία αναπαράσταση στην άλλη, μπορούν να υποστηρίξουν την κατανόηση της έννοιας του συνόλου.

Οι πράξεις μεταξύ συνόλων είναι ένα πλαίσιο στο οποίο οι μαθητές μπορούν να δώσουν νόημα στους συνδέσμους «ή» και «και». Ειδικά, όσον αφορά στο σύνδεσμο «ή», να επισημανθεί η διαφορετική του σημασία στα Μαθηματικά από εκείνη της αποκλειστικής διάζευξης που του αποδίδεται συνήθως στην καθημερινή χρήση του. Οι δραστηριότητες Δ.1, Δ.2 και Δ.3 του ΑΠΣ είναι ενδεικτικές για την εννοιολογική προσέγγιση της έννοιας του συνόλου.

Κεφάλαιο 1^ο

(Προτείνεται να διατεθούν 8 διδακτικές ώρες)

Οι μαθητές έχουν έλθει σε επαφή με την έννοια της πιθανότητας στις προηγούμενες τάξεις με εμπειρικό τρόπο. Στο κεφάλαιο αυτό εισάγονται στην έννοια της πιθανότητας με τον κλασικό ορισμό και εξασκούνται στο βασικό λογισμό πιθανοτήτων με χρήση της θεωρίας συνόλων. Ειδικότερα:

§1.1

Είναι σημαντικό οι μαθητές να μπορούν να αναγνωρίζουν ένα πείραμα τύχης και να διακρίνουν τις διαφορές που έχει από ένα αιτιοκρατικό πείραμα (προτείνεται η δραστηριότητα Δ.4 του ΑΠΣ), με στόχο να μπορέσουν στη συνέχεια να αντιληφθούν την ανάγκη εισαγωγής της έννοιας της πιθανότητας για τη μελέτη τέτοιων πειραμάτων.

Ο προσδιορισμός και η αναπαράσταση του δειγματικού χώρου ενός πειράματος τύχης είναι μια διαδικασία δύσκολη για τους μαθητές, ειδικά όταν αντιμετωπίζουν ένα πείραμα τύχης που πραγματοποιείται σε δυο ή περισσότερα στάδια. Εργαλεία, όπως το δενδροδιάγραμμα και ο πίνακας διπλής εισόδου, βοηθούν στη μοντελοποίηση ενός πειράματος τύχης και στην κατασκευή του δειγματικού χώρου (προτείνεται η Δ.5 του ΑΠΣ).

Σημαντική για την κατανόηση και την επίλυση προβλημάτων είναι, επίσης, η μετάφραση σχέσεων μεταξύ ενδεχομένων από τη φυσική γλώσσα στη γλώσσα των συνόλων και αντίστροφα (προτείνονται οι δραστηριότητες Δ.6 και Δ.7 του ΑΠΣ).

§1.2

Ο κλασικός ορισμός της πιθανότητας προτείνεται να είναι η κατάληξη της μελέτης της σχετικής συχνότητας και όχι να δοθεί απλά ο τυπικός ορισμός (προτείνεται η δραστηριότητα που αντιστοιχεί στο στόχο ΠΘ4 του ΑΠΣ). Οι κανόνες λογισμού των πιθανοτήτων εισάγονται για πρώτη φορά και, εκτός από τον απλό χειρισμό τους, είναι σημαντικό να χρησιμοποιηθούν στην επίλυση προβλημάτων που δε θα μπορούσαν να λυθούν με τον κλασικό ορισμό (π.χ. δραστηριότητα Δ.8 του ΑΠΣ).

Να μην διδαχθεί η εφαρμογή 3, καθώς και ασκήσεις με ανισότητες (όπως οι ασκήσεις 4, 5, 6 της Β Ομάδας της παραγράφου 1.2).

Κεφάλαιο 2^ο

(Προτείνεται να διατεθούν 16 διδακτικές ώρες)

Στο κεφάλαιο αυτό οι μαθητές επαναλαμβάνουν και εμβαθύνουν στις ιδιότητες του συνόλου των πραγματικών αριθμών με στόχο να βελτιώσουν την κατανόηση της δομής του. Η επανάληψη και περαιτέρω εξάσκηση των μαθητών στον αλγεβρικό λογισμό (αλγεβρικές πράξεις, παραγοντοποίηση, ταυτότητες κ.λ.π.) δεν αποτελεί τον κύριο στόχο αυτού του κεφαλαίου. Ειδικότερα:

§2.1

Οι μαθητές συναντούν δυσκολίες στη διάκριση των ρητών από τους άρρητους και γενικότερα στην ταξινόμηση των πραγματικών αριθμών σε φυσικούς, ακέραιους ρητούς και άρρητους. Οι διαφορετικές αναπαραστάσεις των πραγματικών αριθμών επηρεάζουν τις παραπάνω διεργασίες. Για το λόγο αυτό προτείνεται να δοθεί έμφαση στη διάκριση των ρητών από τους άρρητους με χρήση κατάλληλων

παραδειγμάτων, όπως οι αριθμοί $\frac{4}{3}$, 1.333..., 1,010101..., 1,1010010001..., καθώς και στην ταξινόμηση

αριθμών στα βασικά υποσύνολα των πραγματικών αριθμών (όπως $\frac{4}{2}$, $\frac{\sqrt{3}}{5}$, $\frac{\pi}{6}$, -1.333 κ.ά.). Παράλληλα, και με αφορμή τα παραπάνω παραδείγματα, μπορεί να γίνει συζήτηση αν το άθροισμα και το γινόμενο δύο ρητών ή δύο άρρητων ή ρητού και άρρητου είναι ρητός ή άρρητος.

Σημαντικό για τον αλγεβρικό λογισμό είναι οι μαθητές να κατανοήσουν τις ιδιότητες των πράξεων. Σε αυτό θα βοηθήσει η λεκτική διατύπωση και η διερεύνηση των ιδιοτήτων καθώς και η αναγνώριση της σημασίας της ισοδυναμίας, της συνεπαγωγής και των συνδέσμων «ή» και «και», με ιδιαίτερη έμφαση στις ιδιότητες: $\alpha \cdot \beta = 0 \Leftrightarrow \alpha = 0 \text{ ή } \beta = 0$, $\alpha \cdot \beta \neq 0 \Leftrightarrow \alpha \neq 0 \text{ και } \beta \neq 0$.

Να δοθεί έμφαση στις μεθόδους απόδειξης και ιδιαίτερα σε αυτές με τις οποίες δεν είναι εξοικειωμένοι οι μαθητές, όπως η χρήση της απαγωγής σε άτοπο για την απόδειξη ότι ο $\sqrt{2}$ είναι άρρητος και του αντιπαραδείγματος στην απόρριψη του ισχυρισμού: $\alpha^2 = \beta^2 \Rightarrow \alpha = \beta$.

§2.2

Οι μαθητές, επηρεασμένοι από τη διαδοχικότητα των ακεραίων, συναντούν δυσκολίες στην κατανόηση της πυκνότητας των ρητών αριθμών. Προτείνεται να δοθεί έμφαση στη διερεύνηση της έννοιας της πυκνότητας και της διαδοχικότητας στα βασικά υποσύνολα των πραγματικών αριθμών (προτείνεται η δραστηριότητα Δ.9 του ΑΠΣ) καθώς και στις ομοιότητες και διαφορές των ιδιοτήτων της ισότητας και της ανισότητας, με έμφαση στις ισοδυναμίες: $\alpha^2 + \beta^2 = 0 \Leftrightarrow \alpha = 0 \text{ και } \beta = 0$, ενώ $\alpha^2 + \beta^2 > 0 \Leftrightarrow \alpha \neq 0 \text{ ή } \beta \neq 0$ και στα σχόλια 1 και 2 της υποπαραγράφου «Ιδιότητες των ανισοτήτων».

§2.3

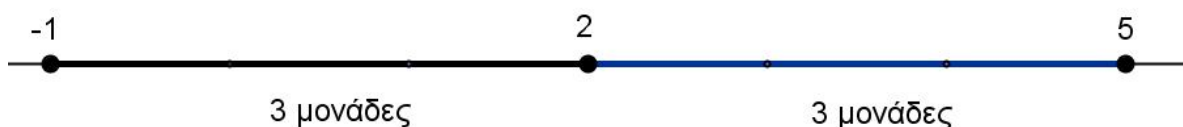
Οι μαθητές έχουν αντιμετωπίσει, στο Γυμνάσιο, την απόλυτη τιμή ενός αριθμού ως την απόστασή του από το μηδέν στον άξονα των πραγματικών αριθμών. Στην ενότητα αυτή δίνεται ο τυπικός ορισμός της απόλυτης τιμής και αποδεικνύονται οι βασικές ιδιότητές της. Να επισημανθεί η μέθοδος απόδειξης των ιδιοτήτων των απολύτων τιμών (ότι η ζητούμενη σχέση είναι ισοδύναμη με μία σχέση που γνωρίζουμε ότι είναι αληθής) και να συζητηθεί η αναγκαιότητα του «πρέπει» (\Rightarrow) και του «αρκεί» (\Leftarrow) σε αυτές.

Η γεωμετρική ερμηνεία της απόλυτης τιμής ενός αριθμού και της απόλυτης τιμής της διαφοράς δύο αριθμών είναι σημαντική, γιατί βοηθά τους μαθητές να αποδώσουν νόημα στην έννοια. Η σύνδεση, όμως, της αλγεβρικής σχέσης και της γεωμετρικής της αναπαράστασης δεν είναι κάτι που γίνεται εύκολα από τους μαθητές και για αυτό απαιτείται να δοθεί σε αυτό ιδιαίτερη έμφαση.

Με αυτήν την έννοια προτείνεται να μη διδαχθούν, στη γενική τους μορφή, οι:

$|x - x_0| < \rho \Leftrightarrow x \in (x_0 - \rho, x_0 + \rho) \Leftrightarrow x_0 - \rho < x < x_0 + \rho$ καθώς και $|x - x_0| > \rho \Leftrightarrow x \in (-\infty, x_0 - \rho) \cup (x_0 + \rho, +\infty) \Leftrightarrow x < x_0 - \rho \text{ ή } x > x_0 + \rho$ καθώς και η γεωμετρική ερμηνεία αυτών, επειδή είναι πολύ δύσκολο να γίνουν κατανοητά από τους μαθητές σ' αυτή τη φάση της αλγεβρικής τους εμπειρίας. Αντίθετα, οι μαθητές μπορούν να

ασχοληθούν με τα παραπάνω μέσα από συγκεκριμένα παραδείγματα (π.χ. η ανίσωση $|x-2|<3$ σημαίνει: «ποιοι είναι οι αριθμοί που απέχουν από το 2 απόσταση μικρότερη του 3;» δηλ. $|x-2|<3 \Leftrightarrow d(x, 2) < 3 \Leftrightarrow -1 < x < 5$).



Προτείνεται, όμως, να γίνει διαπραγμάτευση των σχέσεων $|x|<ρ \Leftrightarrow -ρ<x<ρ$ και $|x|>ρ \Leftrightarrow x<-ρ$ ή $x>ρ$. Η δραστηριότητα Δ.10 του ΑΠΣ υποστηρίζει την παραπάνω προσέγγιση.

§2.4

Οι μαθητές έχουν ήδη αντιμετωπίσει, στο Γυμνάσιο, τις τετραγωνικές ρίζες και δυνάμεις με ακέραιο εκθέτη καθώς και τις ιδιότητες αυτών. Στην ενότητα αυτή γίνεται επέκταση στη ν-οστή ρίζα και στη δύναμη με ρητό εκθέτη. Να επισημανθεί η διατήρηση των ιδιοτήτων των δυνάμεων με ακέραιο εκθέτη και στην περίπτωση του ρητού εκθέτη. Προτείνεται η διαπραγμάτευση απλών ασκήσεων. Για να αναδειχθούν τα πλεονεκτήματα της χρήσης των ιδιοτήτων των ριζών, έναντι της χρήσης του υπολογιστή τσέπης, προτείνεται μια δραστηριότητα σαν τη Δ.11 του ΑΠΣ.

Κεφάλαιο 3^ο

(Προτείνεται να διατεθούν 12 διδακτικές ώρες)

Στο κεφάλαιο αυτό οι μαθητές μελετούν συστηματικά και διερευνούν εξισώσεις 1^{ου} και 2^{ου} βαθμού. Ως ιδιαίτερη περίπτωση εξετάζεται η εξίσωση $x^ν = α$. Ειδικότερα:

§3.1

Οι μαθητές, στο Γυμνάσιο, έχουν διαπραγματευθεί αναλυτικά την επίλυση εξισώσεων της μορφής $αx+β=0$, της οποίας οι συντελεστές $α$ και $β$ είναι συγκεκριμένοι αριθμοί. Συναντούν δυσκολίες στη μετάβαση από την επίλυση μιας τέτοιας μορφής εξίσωσης στην επίλυση της γενικής μορφής $αx+β=0$, για δυο κυρίως λόγους: α) είναι δύσκολος ο διαχωρισμός της έννοιας της παραμέτρου από την έννοια της μεταβλητής και β) δεν είναι εξοικειωμένοι με τη διαδικασία της διερεύνησης γενικά.

Για το λόγο αυτό, προτείνεται να δοθεί προτεραιότητα στην αναγνώριση του ρόλου της παραμέτρου σε μια παραμετρική εξίσωση 1^{ου} βαθμού μέσα από τη διαπραγμάτευση της παραμετρικής εξίσωσης που περιλαμβάνεται στη θεωρία αυτής της παραγράφου. Για παράδειγμα, μπορεί να ζητηθεί από τους μαθητές να λύσουν την εξίσωση για συγκεκριμένες τιμές του $λ$ (π.χ. $λ=2, λ=5, λ=1, λ=-1$) και στη συνέχεια να προσπαθήσουν να διατυπώσουν γενικά συμπεράσματα για κάθε τιμή της παραμέτρου $λ$. Προτείνεται, επίσης, προς διαπραγμάτευση η δραστηριότητα Δ.12 του ΑΠΣ καθώς και η επίλυση απλών παραμετρικών εξισώσεων και απλών εξισώσεων που ανάγονται σε εξισώσεις 1^{ου} βαθμού (όπως η άσκηση 10 της Α' Ομάδας).

Για καλύτερη κατανόηση και εμπέδωση των ιδιοτήτων των απολύτων τιμών, προτείνεται να δοθεί ιδιαίτερη έμφαση σε εξισώσεις, όπως η $|x-5|= -3$, την οποία δύσκολα χαρακτηρίζουν οι μαθητές από την αρχή ως αδύνατη.

§3.2

Η επίλυση εξισώσεων της μορφής $x^ν = α$ να περιοριστεί σε απλές εξισώσεις.

§3.3

Η επίλυση της εξίσωσης $αx^2+βx+γ=0, α \neq 0$ στη γενική της μορφή με τη μέθοδο «συμπλήρωσης τετραγώνου» είναι μια διαδικασία που δυσκολεύει τους μαθητές. Προτείνεται να χρησιμοποιήσουν οι μαθητές τη μέθοδο της «συμπλήρωσης τετραγώνου» πρώτα σε εξισώσεις 2^{ου} βαθμού με συντελεστές συγκεκριμένους αριθμούς και στη συνέχεια με τη βοήθεια του εκπαιδευτικού να γενικεύσουν τη διαδικασία.

Επίσης, προτείνεται η επίλυση απλών εξισώσεων που ανάγονται σε εξισώσεις 2^{ου} βαθμού (όπως τα παραδείγματα 1 και 3) και να δοθεί έμφαση στη μοντελοποίηση και επίλυση προβλημάτων με χρήση εξισώσεων 2^{ου} βαθμού (προτείνονται οι δραστηριότητες Δ.13 και Δ.14 του ΑΠΣ).

Οι τύποι του Vieta επιτρέπουν στους μαθητές είτε να κατασκευάσουν μια εξίσωση 2^{ου} βαθμού με δεδομένο το άθροισμα και το γινόμενο ριζών της είτε να προσδιορίσουν απευθείας τις ρίζες της

(βρίσκοντας δυο αριθμούς που να έχουν άθροισμα S και γινόμενο P). Προτείνεται να ζητηθεί από τους μαθητές, υπό μορφή άσκησης, να προσδιορίσουν αυτούς τους τύπους και να τους χρησιμοποιήσουν στην επίλυση σχετικών προβλημάτων.

Κεφάλαιο 4°

(Προτείνεται να διατεθούν 8 διδακτικές ώρες)

Στο κεφάλαιο αυτό οι μαθητές μελετούν συστηματικά και διερευνούν ανισώσεις $1^{\text{ου}}$ και $2^{\text{ου}}$ βαθμού Ειδικότερα:

§4.1

Οι μαθητές, στο Γυμνάσιο, έχουν διαπραγματευθεί αναλυτικά την επίλυση ανισώσεων $1^{\text{ου}}$ βαθμού με συγκεκριμένους συντελεστές. Εκτός από τη χρήση της αριθμογραμμής, για την απεικόνιση του συνόλου λύσεων μιας ανίσωσης, προτείνεται να δοθεί έμφαση και στη χρήση των διαστημάτων των πραγματικών αριθμών για την παραπάνω απεικόνιση, ως εφαρμογή της αντίστοιχης υποπαραγράφου της §2.2. Να συζητηθούν ομοιότητες και διαφορές ανάμεσα στην εξίσωση και την ανίσωση, ως προς τη διαδικασία της επίλυσης τους και το σύνολο των λύσεών τους.

Για καλύτερη κατανόηση και εμπέδωση των ιδιοτήτων των απολύτων τιμών, προτείνεται να λυθούν από τους μαθητές και ανισώσεις όπως οι $|x-5| < -3$ ή $|x-5| > -3$, των οποίων τη λύση, αν και προκύπτει από απλή παρατήρηση, δεν την αναγνωρίζουν άμεσα οι μαθητές. Προτείνεται επίσης να δοθεί προτεραιότητα στη μοντελοποίηση προβλημάτων με χρήση ανισώσεων $1^{\text{ου}}$ βαθμού, όπως για παράδειγμα η άσκηση 11 της Α' Ομάδας και οι ασκήσεις 3 και 4 της Β' Ομάδας.

§4.2

Η διαπραγμάτευση ανισώσεων $2^{\text{ου}}$ βαθμού γίνεται για πρώτη φορά στην Α' Λυκείου. Προτείνεται να δοθεί έμφαση στη διερεύνηση της παραγοντοποίησης του τριωνύμου, όπου γίνεται ξανά χρήση της μεθόδου «συμπλήρωσης τετραγώνου», ώστε να μη δοθούν απευθείας τα συμπεράσματα αυτής. Στον προσδιορισμό του πρόσημου του τριωνύμου, παρατηρείται συχνά οι μαθητές να παραβλέπουν το πρόσημο του συντελεστή του δευτεροβάθμιου όρου ή να συγχέουν το πρόσημο της διακρίνουσας με το πρόσημο του τριωνύμου (π.χ. όταν $\Delta < 0$, θεωρούν ότι και το τριώνυμο παίρνει αρνητικές τιμές).

Τα παραπάνω προβλήματα συχνά αντιμετωπίζονται με διάφορα «τεχνάσματα» με τα σύμβολα «+» και «-», ώστε να προσδιορίσουν οι μαθητές το πρόσημο του τριωνύμου και να επιλύσουν ανισώσεις $2^{\text{ου}}$ βαθμού. Τέτοιες προσεγγίσεις δε συνδέονται με την κατανόηση του πότε ένα τριώνυμο παίρνει θετικές και πότε αρνητικές τιμές.

Για το λόγο αυτό προτείνεται να δοθεί έμφαση στην κατανόηση της διαδικασίας προσδιορισμού του πρόσημου του τριωνύμου (π.χ. μέσα από τη μελέτη του προσήμου των παραγόντων του και του συντελεστή του δευτεροβάθμιου όρου, όταν αυτό παραγοντοποιείται) και στη συνέχεια στη χρήση των συμπερασμάτων για την επίλυση ανισώσεων $2^{\text{ου}}$ βαθμού. Η μοντελοποίηση και επίλυση προβλημάτων με χρήση ανισώσεων $2^{\text{ου}}$ βαθμού (π.χ. η δραστηριότητα Δ.15 του ΑΠΣ και η άσκηση 7 της Β' Ομάδας) λειτουργούν προς αυτήν την κατεύθυνση.

Κεφάλαιο 5°

(Προτείνεται να διατεθούν 12 διδακτικές ώρες)

Στο κεφάλαιο αυτό οι μαθητές εισάγονται στην έννοια της ακολουθίας πραγματικών αριθμών και μελετούν περιπτώσεις ακολουθιών που εμφανίζουν κάποιες ειδικές μορφές κανονικότητας, την αριθμητική και τη γεωμετρική πρόοδο. Ειδικότερα:

§5.1

Να δοθεί προτεραιότητα στην αναγνώριση της ακολουθίας ως αντιστοιχίας των φυσικών στους πραγματικούς αριθμούς και στην εξοικείωση των μαθητών με το συμβολισμό (π.χ. ότι ο φυσικός αριθμός 1, μέσω μιας ακολουθίας a , αντιστοιχεί στον πραγματικό αριθμό a_1 που αποτελεί τον πρώτο όρο της ακολουθίας αυτής), δεδομένου ότι αυτός δυσκολεύει τους μαθητές (προτείνεται η δραστηριότητα Δ.16 του ΑΠΣ).

§5.2

Αρχικά οι μαθητές χρειάζεται να μπορούν να αναγνωρίσουν με βάση τον ορισμό αν μια συγκεκριμένη ακολουθία είναι αριθμητική πρόοδος (π.χ. η δραστηριότητα Δ.17 του ΑΠΣ). Στη συνέχεια, να προσδιορίζουν το n -οστό όρο και το άθροισμα των n πρώτων όρων συγκεκριμένων αριθμητικών

προόδων, με τρόπο τέτοιο που να τους βοηθά να αντιληφθούν κανονικότητες, οι οποίες μπορούν να τους οδηγήσουν στα γενικά συμπεράσματα (προτείνεται η δραστηριότητα Δ.18 του ΑΠΣ). Η μοντελοποίηση και επίλυση προβλημάτων (όπως η άσκηση 12 της Α΄ Ομάδας) συμβάλλει στην εννοιολογική κατανόηση της έννοιας της αριθμητικής προόδου.

Το να δοθούν απλώς οι τύποι του n -οστού όρου και του αθροίσματος των n πρώτων όρων αριθμητικής προόδου και στη συνέχεια οι μαθητές να επιδοθούν στην αλγοριθμική χρήση τους για την επίλυση ασκήσεων δεν είναι συμβατό με το πνεύμα του ΑΠΣ.

§5.3

Η διαπραγμάτευση της έννοιας της γεωμετρικής προόδου προτείνεται να γίνει κατ' αντιστοιχία με την έννοια της αριθμητικής προόδου. Προτείνονται οι δραστηριότητες Δ.19, Δ.20 και Δ.21 του ΑΠΣ, που στόχο έχουν να αντιληφθούν οι μαθητές κανονικότητες που θα τους οδηγήσουν στην εύρεση του n -οστού όρου και του αθροίσματος των n πρώτων όρων γεωμετρικής προόδου. Αν ο εκπαιδευτικός κρίνει ότι το επιτρέπουν ο χρόνος, που έχει στη διάθεσή του και το επίπεδο της τάξης, θα μπορούσαν να τεθούν υπό διαπραγμάτευση, τα παραδείγματα της §5.4, ως εφαρμογή της γεωμετρικής προόδου, με στόχο να συνδεθεί η έννοια με πραγματικές καταστάσεις.

Κεφάλαιο 6^ο

(Προτείνεται να διατεθούν 9 διδακτικές ώρες)

Οι μαθητές, στο Γυμνάσιο, έχουν έρθει σε επαφή με την έννοια της συνάρτησης, κυρίως με εμπειρικό τρόπο, και έχουν διερευνήσει στοιχειωδώς συγκεκριμένες συναρτήσεις. Στην Α΄ Λυκείου μελετούν την έννοια της συνάρτησης με πιο συστηματικό και τυπικό τρόπο. Σε πολλούς μαθητές δημιουργούνται παρανοήσεις και ελλιπείς εικόνες σχετικά με την έννοια αυτή, με αποτέλεσμα να παρουσιάζουν προβλήματα στην αναγνώριση μιας συνάρτησης, καθώς και να μη μπορούν να χειριστούν με ευελιξία διαφορετικές αναπαραστάσεις της ίδιας συνάρτησης (π.χ. πίνακας τιμών, αλγεβρικός τύπος, γραφική παράσταση). Για το λόγο αυτό θα πρέπει οι μαθητές, μέσω κατάλληλων δραστηριοτήτων, να χρησιμοποιούν, να συνδέουν και να ερμηνεύουν τις αναπαραστάσεις μιας συνάρτησης καθώς και να εντοπίζουν πλεονεκτήματα και (ενδεχομένως)μειονεκτήματα καθεμιάς εξ αυτών.

Οι έννοιες «κατακόρυφη - οριζόντια μετατόπιση καμπύλης», «μονοτονία - ακρότατα - συμμετρίες συνάρτησης», δεν συμπεριλαμβάνονται στη διδακτέα ύλη, όπως αναπτύσσονται στις παραγράφους 6.4 και 6.5. Οι έννοιες αυτές θα μελετηθούν στις ειδικές περιπτώσεις συναρτήσεων της μορφής: $f(x)=ax+b$ (§6.3), $f(x)=ax^2$ (§7.1) και $f(x)=ax^2+bx+c$ (§7.3). Ειδικότερα:

§6.1 - §6.2

Προτείνεται να δοθούν αρχικά συγκεκριμένα παραδείγματα μοντελοποίησης καταστάσεων, ώστε να αναδειχθεί η σημασία της έννοιας της συνάρτησης για τις εφαρμογές, και στη συνέχεια να ακολουθήσει ο τυπικός ορισμός. Να δοθεί έμφαση στην αναγνώριση και τεκμηρίωση, με βάση τον ορισμό, αν αντιστοιχίες που δίνονται με διάφορες αναπαραστάσεις είναι συναρτήσεις ή όχι (οι δραστηριότητες Δ.22, Δ.23 και Δ.24 του ΑΠΣ λειτουργούν προς αυτήν την κατεύθυνση), στη σύνδεση διαφορετικών αναπαραστάσεων μιας συνάρτησης (τύπος, πίνακας τιμών και γραφική παράσταση) και στην ερμηνεία μιας δεδομένης γραφικής παράστασης για την επίλυση ενός προβλήματος (προτείνεται η δραστηριότητα Δ.26 του ΑΠΣ).

§6.3

Οι μαθητές έχουν διαπραγματευθεί τη γραφική παράσταση της ευθείας $\psi=ax+b$ στο Γυμνάσιο. Εδώ προτείνεται να δοθεί έμφαση στη διερεύνηση του ρόλου των παραμέτρων a και b στη γραφική παράσταση της $f(x)=ax+b$, ώστε να προκύψουν οι σχετικές θέσεις ευθειών στο επίπεδο (πότε είναι παράλληλες μεταξύ τους, πότε ταυτίζονται, πότε τέμνουν τον άξονα y' στο ίδιο σημείο).

Επίσης προτείνεται, αφού οι μαθητές παρατηρήσουν (με χρήση της γραφικής παράστασης και του πίνακα τιμών συγκεκριμένων γραμμικών συναρτήσεων) πώς μεταβάλλονται οι τιμές της συνάρτησης όταν μεταβάλλεται η ανεξάρτητη μεταβλητή, να καταλήξουν σε γενικότερα συμπεράσματα που αφορούν στη μονοτονία της συνάρτησης και να τα εκφράσουν συμβολικά, καθώς και να διερευνήσουν το ρόλο της παραμέτρου a σε σχέση με αυτά (προτείνεται η δραστηριότητα Δ.27 του ΑΠΣ).

Κεφάλαιο 7^ο

(Προτείνεται να διατεθούν 9 διδακτικές ώρες)

Οι μαθητές, στο Γυμνάσιο, έχουν μελετήσει παραβολές της μορφής $\psi = ax^2$. Στο κεφάλαιο αυτό μελετούν επιπλέον ιδιότητες αυτής της συνάρτησης. Επίσης, με αφετηρία την $\psi = ax^2$, κατασκευάζουν τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$ την οποία στη συνέχεια χρησιμοποιούν για να μελετήσουν ιδιότητες της f . Ειδικότερα:

§7.1

Οι μαθητές έχουν διαπραγματευθεί, στο Γυμνάσιο, τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $\psi = ax^2$. Εδώ προτείνεται να δοθεί έμφαση στη διερεύνηση ως προς τη μονοτονία, τα ακρότατα και τις συμμετρίες των συναρτήσεων $g(x) = x^2$ και $h(x) = -x^2$ με τη βοήθεια της γραφικής παράστασής τους, στη γενίκευση των παραπάνω συμπερασμάτων για τη συνάρτηση $f(x) = ax^2$ (προτείνεται η δραστηριότητα Δ. 29 του ΑΠΣ) και στη συμβολική τους έκφραση.

§7.3

Να δοθεί έμφαση στη χάραξη και διερεύνηση της γραφικής παράστασης συγκεκριμένων πολυωνυμικών συναρτήσεων της μορφής $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$ μέσω κατάλληλων μετατοπίσεων της $g(x) = ax^2$ και στη μελέτη της μονοτονίας, των ακρότατων και της συμμετρίας της συνάρτησης με τη βοήθεια της γραφικής της παράστασης. Επίσης, να γίνει γεωμετρική ερμηνεία των συμπερασμάτων των §3.3 και §4.2 (ρίζες και πρόσημο τριωνύμου) με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$ (προτείνεται η δραστηριότητα Δ.32 του ΑΠΣ).

Ειδικότερα, όσον αφορά στη χάραξη της γραφικής παράστασης και στη μελέτη της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, η ιδέα που βρίσκεται και πίσω από τη δραστηριότητα Δ.30 του ΑΠΣ είναι η εξής: Οι μαθητές, με τη βοήθεια λογισμικού δυναμικής γεωμετρίας, χαράσσουν τη γραφική παράσταση της $g(x) = ax^2$ για διάφορες τιμές του a . Τη μετατοπίζουν k μονάδες οριζόντια για διάφορες τιμές του k (π.χ. κατά 3 μονάδες αριστερά, κατά 4 μονάδες δεξιά) και παρατηρούν τη μορφή που παίρνει ο τύπος της συνάρτησης. Στη συνέχεια τη μετατοπίζουν λ μονάδες κατακόρυφα για διάφορες τιμές του λ (π.χ. κατά 2 μονάδες κάτω, κατά 5 μονάδες πάνω) και κάνουν ανάλογες παρατηρήσεις. Συνδυάζοντας τις δύο μετατοπίσεις μπορούν να παρατηρήσουν ότι η συνάρτηση που θα προκύψει θα είναι της μορφής $f(x) = a(x+k)^2 + \lambda$.

Τέλος, δίνονται στους μαθητές συγκεκριμένες συναρτήσεις της μορφής $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$ και εκείνοι προσπαθούν, με κατάλληλες μετατοπίσεις της $g(x) = ax^2$, να οδηγηθούν στη γραφική παράσταση της f . Στη συνέχεια μελετούν, με τη βοήθεια της γραφικής της παράστασης, ιδιότητες της f και επεκτείνουν τα συμπεράσματα που αφορούν στη μονοτονία, στα ακρότατα και στις συμμετρίες της $g(x) = ax^2$ στην $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$.

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Α΄ ΤΑΞΗ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

I. Εισαγωγή

Η διδασκαλία της Γεωμετρίας στην Α΄ Λυκείου εστιάζει στο πέρασμα από τον εμπειρικό στο θεωρητικό τρόπο σκέψης, με ιδιαίτερη έμφαση στη μαθηματική απόδειξη. Οι μαθητές έχουν έρθει σε επαφή με στοιχεία θεωρητικής γεωμετρικής σκέψης και στο Γυμνάσιο, όπου έχουν αντιμετωπίσει ασκήσεις που απαιτούν θεωρητική απόδειξη. Στην Α΄ Λυκείου, πρέπει αυτή η εμπειρία των μαθητών να αξιοποιηθεί με στόχο την περαιτέρω ανάπτυξη της θεωρητικής τους σκέψης. Η διατύπωση ορισμών γεωμετρικών εννοιών είναι κάτι δύσκολο για τους μαθητές, ακόμα και αυτής της τάξης, καθώς απαιτεί τη συνειδητοποίηση των κρίσιμων και ελάχιστων ιδιοτήτων που απαιτούνται για τον καθορισμό μιας έννοιας. Επίσης οι μαθητές χρειάζεται να διερευνούν ιδιότητες και σχέσεις των γεωμετρικών εννοιών και να δημιουργούν εικασίες τις οποίες να προσπαθούν να τεκμηριώσουν. Η αντιμετώπιση της μαθηματικής απόδειξης απλά ως περιγραφή μιας σειράς λογικών βημάτων που παρουσιάζονται από τον εκπαιδευτικό, δεν είναι κατάλληλη ώστε να μνηθούν οι μαθητές στη σημασία και την κατασκευή μιας απόδειξης. Αντίθετα, είναι σημαντικό να εμπλακούν οι μαθητές σε αποδεικτικές διαδικασίες, να προσπαθούν να εντοπίζουν τη βασική αποδεικτική ιδέα, μέσω πειραματισμού και διερεύνησης, και να χρησιμοποιούν μετασχηματισμούς και αναπαραστάσεις, που υποστηρίζουν την ανάπτυξη γεωμετρικών συλλογισμών. Η κατασκευή από τους μαθητές αντιπαραδειγμάτων και η συζήτηση για το ρόλο τους είναι μια σημαντική διαδικασία, ώστε να αρχίσουν να αποκτούν μια πρώτη αίσθηση της σημασίας του αντιπαραδείγματος στα Μαθηματικά. Η απαγωγή σε άτοπο είναι επίσης μια μέθοδος που συχνά συναντούν οι μαθητές στην απόδειξη αρκετών θεωρημάτων. Ο ρόλος του «άτοπου» στην τεκμηρίωση

του αρχικού ισχυρισμού αλλά και το κατά πόσο η άρνηση του συμπεράσματος οδηγεί τελικά στην τεκμηρίωσή του, δημιουργούν ιδιαίτερη δυσκολία στους μαθητές. Σε όλα τα παραπάνω ουσιαστικό ρόλο μπορεί να παίξει η αξιοποίηση λογισμικών Δυναμικής Γεωμετρίας.

II. Διαχείριση διδακτέας ύλης

Κεφάλαιο 1^ο

(Προτείνεται να διατεθεί 1 διδακτική ώρα)

Στόχος του κεφαλαίου αυτού είναι η διάκριση και επισήμανση των διαφορετικών χαρακτηριστικών της Πρακτικής Γεωμετρίας, που οι μαθητές διδάχθηκαν σε προηγούμενες τάξεις, και της Θεωρητικής Γεωμετρίας που θα διδαχθούν στο Λύκειο. Κάποια ζητήματα που θα μπορούσαν να συζητηθούν για την ανάδειξη των πλεονεκτημάτων της Θεωρητικής Γεωμετρίας έναντι της Πρακτικής, είναι: Η αδυναμία ακριβούς μέτρησης, η ανάγκη μέτρησης αποστάσεων μεταξύ απρόσιτων σημείων, η αναξιопιστία των εμπειρικών προσεγγίσεων (προτείνεται η δραστηριότητα που αντιστοιχεί στο στόχο ΕΓ1 του ΑΠΣ).

Για να αποκτήσουν οι μαθητές μια πρώτη αίσθηση των βασικών αρχών της ανάπτυξης της Ευκλείδειας Γεωμετρίας ως αξιωματικού συστήματος, προτείνεται να εμπλακούν σε μια συζήτηση σχετικά με τη σημασία και το ρόλο των όρων «πρωταρχική έννοια», «ορισμός», «αξίωμα», «θεώρημα», «απόδειξη». Στοιχεία της ιστορικής εξέλιξης της Γεωμετρίας μπορούν να αποτελέσουν ένα πλαίσιο αναφοράς στο οποίο θα αναδειχθούν τα παραπάνω ζητήματα.

Κεφάλαιο 3^ο

(Προτείνεται να διατεθούν 15 διδακτικές ώρες)

§3.1 - §3.9

Οι μαθητές έχουν διαπραγματευθεί το μεγαλύτερο μέρος του περιεχομένου των παραγράφων αυτών στο Γυμνάσιο. Προτείνεται να δοθεί έμφαση σε κάποια νέα στοιχεία όπως:

α) Η σημασία της ισότητας των ομόλογων πλευρών στη σύγκριση τριγώνων.

β) Η διαπραγμάτευση παραδειγμάτων τριγώνων με τρία κύρια στοιχεία τους ίσα, τα οποία δεν είναι ίσα (δύο τρίγωνα με ίσες δυο πλευρές και μια μη περιεχόμενη γωνία αντίστοιχα ίση, όπως στις δραστηριότητες Δ.5 και Δ.7 του ΑΠΣ).

γ) Ο σχεδιασμός σχημάτων με βάση τις λεκτικές διατυπώσεις των γεωμετρικών προτάσεων (ασκήσεων, θεωρημάτων) και αντίστροφα.

δ) Η διατύπωση των γεωμετρικών συλλογισμών των μαθητών.

ε) Η ισότητα τριγώνων, ως μια στρατηγική απόδειξης ισότητας ευθυγράμμων τμημάτων ή γωνιών (σχόλιο στην §3.2).

στ) Ο εντοπισμός κατάλληλων τριγώνων για σύγκριση σε «σύνθετα» σχήματα (προτείνεται η δραστηριότητα Δ.6 του ΑΠΣ).

ζ) Η σημασία της «βοηθητικής γραμμής» στην αποδεικτική διαδικασία (πόρισμα I της §3.2).

Προτείνεται να ενοποιηθούν σε μια πρόταση οι προτάσεις που ταυτίζουν τη διχοτόμο, τη διάμεσο και το ύψος από τη κορυφή ισοσκελούς τριγώνου (πόρισμα I της §3.2, πόρισμα I της §3.3, πόρισμα I της §3.6).

Μαζί με την πρόταση αυτή προτείνεται να γίνει η διαπραγμάτευση της εφαρμογής 2 της §3.12, για την απόδειξη της οποίας αρκούν τα κριτήρια ισότητας τριγώνων.

Επίσης, σαν μια ενιαία πρόταση, μπορεί να ζητηθεί από τους μαθητές να δείξουν ότι σε ίσα τρίγωνα τα δευτερεύοντα στοιχεία τους (διάμεσος, ύψος, διχοτόμος) που αντιστοιχούν σε ομόλογες πλευρές είναι επίσης ίσα (π.χ. άσκηση 1i Εμπέδωσης της §3.4, άσκηση 4 Εμπέδωσης της §3.6). Ενιαία μπορούν να αντιμετωπιστούν, ως αντίστροφες προτάσεις, τα πορίσματα IV της §3.2 και III, IV της §3.4 που αναφέρονται στις σχέσεις των χορδών και των αντίστοιχων τόξων.

Με στόχο την ανάδειξη της διδακτικής αξίας των γεωμετρικών τόπων προτείνεται τα πορίσματα III της §3.2 και II της §3.4, που αφορούν στη μεσοκάθετο τμήματος, καθώς και το θεώρημα IV της §3.6, που αφορά στη διχοτόμο γωνίας, να διδαχθούν ενιαία ως παραδείγματα βασικών γεωμετρικών τόπων. Συγκεκριμένα, προτείνεται οι μαθητές πρώτα να εικάσουν τους συγκεκριμένους γεωμετρικούς τόπους και στη συνέχεια να τους αποδείξουν (προτείνονται οι δραστηριότητες Δ.8, Δ.9 και Δ.10 του ΑΠΣ).

§3.10 – §3.13

Η ύλη των παραγράφων αυτών είναι νέα για τους μαθητές. Να επισημανθεί στους μαθητές ότι η τριγωνική ανισότητα αποτελεί κριτήριο για το πότε τρία ευθύγραμμα τμήματα αποτελούν πλευρές τριγώνου (προτείνεται η δραστηριότητα Δ.12 του ΑΠΣ). Επίσης, προτείνονται οι ασκήσεις 4 και 6 (Αποδεικτικές), που διαπραγματεύονται: την απόσταση σημείου από κύκλο και σχέσεις χορδών και τόξων αντίστοιχα.

§3.14 – §3.16

Τα συμπεράσματα της §3.14 είναι γνωστά στους μαθητές από το Γυμνάσιο. Οι αιτιολογήσεις, όμως, προέρχονται από τα θεωρήματα της §3.13. Το περιεχόμενο της §3.16 δεν είναι γνωστό στους μαθητές και χρειάζεται και για τις γεωμετρικές κατασκευές που ακολουθούν (προτείνονται οι Δ.14 και Δ.15 του ΑΠΣ).

§3.17 και §3.18

Η διαπραγμάτευση των γεωμετρικών κατασκευών συμβάλλει στην κατανόηση των σχημάτων από τους μαθητές με βάση τις ιδιότητές τους καθώς και στην ανάπτυξη της αναλυτικής και συνθετικής σκέψης η οποία μπορεί να αξιοποιηθεί και σε εξωμαθηματικές γνωστικές περιοχές. Προτείνεται να γίνουν κατά προτεραιότητα τα προβλήματα 2 και 4 της §3.17 και τα προβλήματα 2 και 3 της §3.18.

Κεφάλαιο 4°

(Προτείνεται να διατεθούν 8 διδακτικές ώρες)

§4.1 - §4.4

Το σημαντικότερο θέμα στις παραγράφους αυτές αποτελεί το «αίτημα παραλληλίας» το οποίο καθορίζει τη φύση της Γεωμετρίας στην οποία αναφερόμαστε. Η σημασία του «αιτήματος παραλληλίας», για τη Γεωμετρία την ίδια και για την ιστορική της εξέλιξη, μπορεί να διαφανεί από στοιχεία που παρέχονται στο ιστορικό σημείωμα της §4.8 καθώς επίσης και στη δραστηριότητα Δ.16 του ΑΠΣ. Οι μαθητές είναι σημαντικό να αναγνωρίσουν την αδυναμία χρήσης του ορισμού και τη σημασία των προτάσεων της §4.2 (που προηγούνται του «αιτήματος παραλληλίας») ως εργαλεία για την απόδειξη της παραλληλίας δύο ευθειών. Προτείνεται να διερευνήσουν οι μαθητές τη σχέση του θεωρήματος της §4.2 και της Πρότασης Ι της §4.2, με στόχο να αναγνωρίσουν ότι το ένα είναι το αντίστροφο του άλλου.

§4.5

Προτείνεται, πριν τη διαπραγμάτευση των θεωρημάτων της παραγράφου, να συζητηθεί η δραστηριότητα Δ.17 του ΑΠΣ. Επίσης, να επισημανθεί η στρατηγική που χρησιμοποιείται στις αποδείξεις των θεωρημάτων σχετικά με πώς δείχνουμε ότι τρεις ευθείες διέρχονται από το ίδιο σημείο, γιατί δεν είναι οικεία στους μαθητές.

§4.6 - §4.7

Προτείνεται το θεώρημα της §4.6 να συνδεθεί με τα πορίσματα της §3.10, ώστε οι μαθητές να αναγνωρίσουν ότι το συμπέρασμα του θεωρήματος είναι ισχυρότερο από τα πορίσματα και ότι αυτό οφείλεται στη χρήση του «αιτήματος παραλληλίας» στην απόδειξή του. Το ίδιο ισχύει και για το πόρισμα (i) της §4.6 σε σχέση με το Θεώρημα της §3.10.

§4.8

Προτείνεται οι μαθητές, χρησιμοποιώντας το άθροισμα των γωνιών τριγώνου, να βρουν το άθροισμα των γωνιών τετραπλεύρου, πενταγώνου κ.α., να εικάσουν το άθροισμα των γωνιών ν-γώνου και να αποδείξουν την αντίστοιχη σχέση (προτείνεται η δραστηριότητα που αντιστοιχεί στο στόχο ΠΕ4 του ΑΠΣ). Δίνεται έτσι η δυνατότητα σύνδεσης Γεωμετρίας και Άλγεβρας. Να επισημανθεί, επίσης, η σταθερότητα του αθροίσματος των εξωτερικών γωνιών ν-γώνου.

Κεφάλαιο 5°

(Προτείνεται να διατεθούν 20 διδακτικές ώρες)

§5.1 – §5.2

Να επισημανθεί ότι καθένα από τα κριτήρια για τα παραλληλόγραμμα περιέχει τις ελάχιστες ιδιότητες που απαιτούνται για είναι ισοδύναμο με τον ορισμό του παραλληλογράμμου (προτείνεται η δραστηριότητα Δ.18 του ΑΠΣ). Προτείνεται να ζητηθεί από τους μαθητές να διερευνήσουν αν ένα τετράπλευρο με τις δυο απέναντι πλευρές παράλληλες και τις άλλες δυο ίσες είναι παραλληλόγραμμο.

Για την εφαρμογή των ιδιοτήτων των παραλληλογράμμων στην επίλυση προβλημάτων μπορεί να αξιοποιηθεί η δραστηριότητα Δ.19 του ΑΠΣ.

§5.3 – §5.5

Να επισημανθεί ότι κάθε ένα από τα κριτήρια για να είναι ένα τετράπλευρο ορθογώνιο ή ρόμβος ή τετράγωνο περιέχει τις ελάχιστες ιδιότητες που απαιτούνται για να είναι ισοδύναμο με τον ορισμό του ορθογωνίου ή του ρόμβου ή του τετραγώνου αντίστοιχα. Επιδιώκεται οι μαθητές να αναγνωρίζουν τα είδη των παραλληλογράμμων (ορθογώνιο, ρόμβος, τετράγωνο) με βάση τα αντίστοιχα κριτήρια και όχι με βάση κάποια πρότυπα σχήματα που συνδέονται με την οπτική γωνία που τα κοιτάμε. Να δοθεί έμφαση στην άρση της παρανόησης που δημιουργείται σε μαθητές, ότι ένα τετράγωνο δεν είναι ορθογώνιο ή ένα τετράγωνο δεν είναι ρόμβος. Προτείνεται να ζητηθεί από τους μαθητές να διερευνήσουν: αν ένα τετράπλευρο με ίσες διαγώνιες είναι ορθογώνιο και αν ένα τετράπλευρο με κάθετες διαγώνιες είναι ρόμβος, καθώς και να αξιοποιήσουν τις ιδιότητες των παραλληλογράμμων στην επίλυση προβλημάτων (δραστηριότητες Δ.20, Δ.21 και Δ.22 του ΑΠΣ).

§5.6 – §5.9

Προτείνεται να ζητηθεί από τους μαθητές να εικάσουν σε ποια γραμμή ανήκουν τα σημεία που ισαπέχουν από δυο παράλληλες ευθείες και στη συνέχεια να αποδείξουν ότι η μεσοπαράλληλή τους είναι ο ζητούμενος γεωμετρικός τόπος. Προτείνεται, επίσης, η διαπραγμάτευση της Εφαρμογής 1 της §5.6 .. Προτείνεται να ζητηθεί από τους μαθητές να διερευνήσουν τα είδη των τριγώνων που το ορθόκεντρο είναι μέσα ή έξω από το τρίγωνο. Θα μπορούσαν να αναζητηθούν εναλλακτικές αποδείξεις για τα θεωρήματα που αφορούν στις ιδιότητες του ορθογωνίου τριγώνου.

§5.10 – §5.12

Εκτός από το συγκεκριμένο αντικείμενο των παραγράφων αυτών, προτείνεται να εμπλακούν οι μαθητές στην επίλυση προβλημάτων που συνδυάζουν γεωμετρικά θέματα από όλο το κεφάλαιο. Προτείνεται επίσης να συζητηθεί με τους μαθητές η ταξινόμηση των τετραπλεύρων του σχολικού βιβλίου (ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ) και, κατά την κρίση του εκπαιδευτικού, η συσχέτιση με άλλες ταξινομήσεις όπως αναφέρονται στο ιστορικό σημείωμα του Κεφαλαίου.

Κεφάλαιο 6°

(Προτείνεται να διατεθούν 6 διδακτικές ώρες)

§6.5 – §6.6

Προτείνεται, ως εισαγωγή στο πρόβλημα εγγραψιμότητας ενός τετραπλεύρου σε κύκλο, οι μαθητές να διερευνήσουν ποια από τα γνωστά τετράπλευρα (παραλληλόγραμμο, ορθογώνιο, ρόμβος, τετράγωνο, τραπέζιο) είναι εγγράψιμα, βασιζόμενοι στις ιδιότητες των εγγεγραμμένων τετραπλεύρων (π.χ., ο ρόμβος δεν είναι εγγράψιμος σε κύκλο, γιατί αν ήταν εγγράψιμος θα έπρεπε να έχει τις απέναντι γωνίες του παραπληρωματικές). Η διερεύνηση θα μπορούσε να επεκταθεί και σε τυχαία τετράπλευρα (και με τη βοήθεια λογισμικού), ώστε οι μαθητές να εικάσουν τα κριτήρια εγγραψιμότητας.

ΑΛΓΕΒΡΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ

Α΄ ΤΑΞΗ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Διαχείριση διδακτέας ύλης

Εισαγωγικό Κεφάλαιο

(Προτείνεται να διατεθούν 2 διδακτικές ώρες)

Στο κεφάλαιο αυτό οι μαθητές διαπραγματεύονται την έννοια του συνόλου καθώς και σχέσεις και πράξεις μεταξύ συνόλων. Ειδικότερα:

Όσον αφορά στην **§Ε.1**, αυτή να μη διδαχθεί ως αυτόνομο κεφάλαιο αλλά να συζητηθεί το νόημα και η χρήση των στοιχείων της Λογικής στις ιδιότητες και προτάσεις που διατρέχουν τη διδακτέα ύλη (για παράδειγμα στην ιδιότητα $\alpha \cdot \beta \neq 0 \Leftrightarrow \alpha \neq 0$ και $\beta \neq 0$ της §2.1 μπορεί να διερευνηθεί το νόημα της ισοδυναμίας και του συνδέσμου «και»).

§Ε.2

Οι μαθητές αντιμετωπίζουν για πρώτη φορά με συστηματικό τρόπο την έννοια του συνόλου και των σχέσεων και πράξεων μεταξύ συνόλων. Επειδή η έννοια του συνόλου είναι πρωταρχική, δηλαδή δεν ορίζεται, χρειάζεται να τονισθούν οι προϋποθέσεις που απαιτούνται για να θεωρηθεί μια συλλογή

αντικειμένων σύνολο μέσα από κατάλληλα παραδείγματα (π.χ. το σύνολο που αποτελείται από τα θρανία και τους μαθητές της τάξης, το «σύνολο» των ψηλών μαθητών της τάξης).

Η αναπαράσταση συνόλων, σχέσεων και πράξεων αυτών καθώς και η μετάβαση από τη μία αναπαράσταση στην άλλη, μπορούν να υποστηρίξουν την κατανόηση της έννοιας του συνόλου.

Οι πράξεις μεταξύ συνόλων είναι ένα πλαίσιο στο οποίο οι μαθητές μπορούν να δώσουν νόημα στους συνδέσμους «ή» και «και». Ειδικά, όσον αφορά στο σύνδεσμο «ή», να επισημανθεί η διαφορετική του σημασία στα Μαθηματικά από εκείνη της αποκλειστικής διάζευξης που του αποδίδεται συνήθως στην καθημερινή χρήση του. Οι δραστηριότητες Δ.1, Δ.2 και Δ.3 του ΑΠΣ είναι ενδεικτικές για την εννοιολογική προσέγγιση της έννοιας του συνόλου.

Κεφάλαιο 1°

(Προτείνεται να διατεθούν 8 διδακτικές ώρες)

Οι μαθητές έχουν έλθει σε επαφή με την έννοια της πιθανότητας στις προηγούμενες τάξεις με εμπειρικό τρόπο. Στο κεφάλαιο αυτό εισάγονται στην έννοια της πιθανότητας με τον κλασικό ορισμό και εξασκούνται στο βασικό λογισμό πιθανοτήτων με χρήση της θεωρίας συνόλων. Ειδικότερα:

§1.1

Είναι σημαντικό οι μαθητές να μπορούν να αναγνωρίζουν ένα πείραμα τύχης και να διακρίνουν τις διαφορές που έχει από ένα αιτιοκρατικό πείραμα (προτείνεται η δραστηριότητα Δ.4 του ΑΠΣ), με στόχο να μπορέσουν στη συνέχεια να αντιληφθούν την ανάγκη εισαγωγής της έννοιας της πιθανότητας για τη μελέτη τέτοιων πειραμάτων.

Ο προσδιορισμός και η αναπαράσταση του δειγματικού χώρου ενός πειράματος τύχης είναι μια διαδικασία δύσκολη για τους μαθητές, ειδικά όταν αντιμετωπίζουν ένα πείραμα τύχης που πραγματοποιείται σε δυο ή περισσότερα στάδια. Εργαλεία, όπως το δενδροδιάγραμμα και ο πίνακας διπλής εισόδου, βοηθούν στη μοντελοποίηση ενός πειράματος τύχης και στην κατασκευή του δειγματικού χώρου (προτείνεται η Δ.5 του ΑΠΣ).

Σημαντική για την κατανόηση και την επίλυση προβλημάτων είναι, επίσης, η μετάφραση σχέσεων μεταξύ ενδεχομένων από τη φυσική γλώσσα στη γλώσσα των συνόλων και αντίστροφα (προτείνονται οι δραστηριότητες Δ.6 και Δ.7 του ΑΠΣ).

§1.2

Ο κλασικός ορισμός της πιθανότητας προτείνεται να είναι η κατάληξη της μελέτης της σχετικής συχνότητας και όχι να δοθεί απλά ο τυπικός ορισμός (προτείνεται η δραστηριότητα που αντιστοιχεί στο στόχο Πθ4 του ΑΠΣ). Οι κανόνες λογισμού των πιθανοτήτων εισάγονται για πρώτη φορά και, εκτός από τον απλό χειρισμό τους, είναι σημαντικό να χρησιμοποιηθούν στην επίλυση προβλημάτων που δε θα μπορούσαν να λυθούν με τον κλασικό ορισμό (π.χ. δραστηριότητα Δ.8 του ΑΠΣ).

Να μην διδαχθεί η εφαρμογή 3, καθώς και ασκήσεις με ανισότητες (όπως οι ασκήσεις 4, 5, 6 της Β Ομάδας της παραγράφου 1.2).

Κεφάλαιο 2°

(Προτείνεται να διατεθούν 18 διδακτικές ώρες)

Στο κεφάλαιο αυτό οι μαθητές επαναλαμβάνουν και εμβαθύνουν στις ιδιότητες του συνόλου των πραγματικών αριθμών με στόχο να βελτιώσουν την κατανόηση της δομής του. Η επανάληψη και περαιτέρω εξάσκηση των μαθητών στον αλγεβρικό λογισμό (αλγεβρικές πράξεις, παραγοντοποίηση, ταυτότητες κ.λ.π.) δεν αποτελεί τον κύριο στόχο αυτού του κεφαλαίου. Ειδικότερα:

§2.1

Οι μαθητές συναντούν δυσκολίες στη διάκριση των ρητών από τους άρρητους και γενικότερα στην ταξινόμηση των πραγματικών αριθμών σε φυσικούς, ακέραιους ρητούς και άρρητους. Οι διαφορετικές αναπαραστάσεις των πραγματικών αριθμών επηρεάζουν τις παραπάνω διεργασίες. Για το λόγο αυτό προτείνεται να δοθεί έμφαση στη διάκριση των ρητών από τους άρρητους με χρήση κατάλληλων

$\frac{4}{3}$, 1.333..., 1,010101..., 1,1010010001..., καθώς και στην ταξινόμηση

$$\frac{4}{2}, \frac{\sqrt{3}}{5}, \frac{\pi}{6}, -1.333 \text{ κ.ά.}$$

αριθμών στα βασικά υποσύνολα των πραγματικών αριθμών (όπως $\frac{4}{2}, \frac{\sqrt{3}}{5}, \frac{\pi}{6}, -1.333$ κ.ά.). Παράλληλα, και με αφορμή τα παραπάνω παραδείγματα, μπορεί να γίνει συζήτηση αν το άθροισμα και το γινόμενο δύο ρητών ή δύο άρρητων ή ρητού και άρρητου είναι ρητός ή άρρητος.

Σημαντικό για τον αλγεβρικό λογισμό είναι οι μαθητές να κατανοήσουν τις ιδιότητες των πράξεων. Σε αυτό θα βοηθήσει η λεκτική διατύπωση και η διερεύνηση των ιδιοτήτων καθώς και η αναγνώριση της σημασίας της ισοδυναμίας, της συνεπαγωγής και των συνδέσμων «ή» και «και», με ιδιαίτερη έμφαση στις ιδιότητες: $\alpha \cdot \beta = 0 \Leftrightarrow \alpha = 0 \text{ ή } \beta = 0, \alpha \cdot \beta \neq 0 \Leftrightarrow \alpha \neq 0 \text{ και } \beta \neq 0$.

Να δοθεί έμφαση στις μεθόδους απόδειξης και ιδιαίτερα σε αυτές με τις οποίες δεν είναι εξοικειωμένοι οι μαθητές, όπως η χρήση της απαγωγής σε άτοπο για την απόδειξη ότι ο $\sqrt{2}$ είναι άρρητος και του αντιπαραδείγματος στην απόρριψη του ισχυρισμού: $\alpha^2 = \beta^2 \Rightarrow \alpha = \beta$.

§2.2

Οι μαθητές, επηρεασμένοι από τη διαδοχικότητα των ακεραίων, συναντούν δυσκολίες στην κατανόηση της πυκνότητας των ρητών αριθμών. Προτείνεται να δοθεί έμφαση στη διερεύνηση της έννοιας της πυκνότητας και της διαδοχικότητας στα βασικά υποσύνολα των πραγματικών αριθμών (προτείνεται η δραστηριότητα Δ.9 του ΑΠΣ) καθώς και στις ομοιότητες και διαφορές των ιδιοτήτων της ισότητας και της ανισότητας, με έμφαση στις ισοδυναμίες: $\alpha^2 + \beta^2 = 0 \Leftrightarrow \alpha = 0 \text{ και } \beta = 0$, ενώ $\alpha^2 + \beta^2 > 0 \Leftrightarrow \alpha \neq 0 \text{ ή } \beta \neq 0$ και στα σχόλια 1 και 2 της της υποπαραγράφου «Ιδιότητες των ανισοτήτων».

§2.3

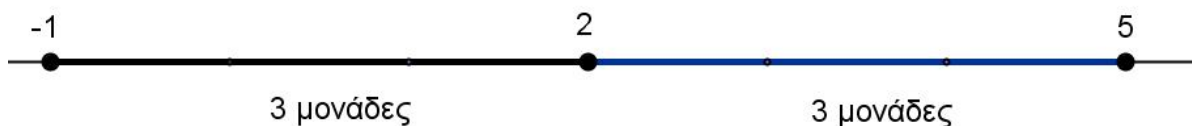
Οι μαθητές έχουν αντιμετωπίσει, στο Γυμνάσιο, την απόλυτη τιμή ενός αριθμού ως την απόστασή του από το μηδέν στον άξονα των πραγματικών αριθμών. Στην ενότητα αυτή δίνεται ο τυπικός ορισμός της απόλυτης τιμής και αποδεικνύονται οι βασικές ιδιότητές της. Να επισημανθεί η μέθοδος απόδειξης των ιδιοτήτων των απολύτων τιμών (ότι η ζητούμενη σχέση είναι ισοδύναμη με μία σχέση που γνωρίζουμε ότι είναι αληθής) και να συζητηθεί η αναγκαιότητα του «πρέπει» (\Rightarrow) και του «αρκεί» (\Leftarrow) σε αυτές.

Η γεωμετρική ερμηνεία της απόλυτης τιμής ενός αριθμού και της απόλυτης τιμής της διαφοράς δύο αριθμών είναι σημαντική, γιατί βοηθά τους μαθητές να αποδώσουν νόημα στην έννοια. Η σύνδεση, όμως, της αλγεβρικής σχέσης και της γεωμετρικής της αναπαράστασης δεν είναι κάτι που γίνεται εύκολα από τους μαθητές και για αυτό απαιτείται να δοθεί σε αυτό ιδιαίτερη έμφαση.

Με αυτήν την έννοια προτείνεται να μη διδαχθούν, στη γενική τους μορφή, οι:

$|x - x_0| < r \Leftrightarrow x \in (x_0 - r, x_0 + r) \Leftrightarrow x_0 - r < x < x_0 + r$ καθώς και $|x - x_0| > r \Leftrightarrow x \in (-\infty, x_0 - r) \cup (x_0 + r, +\infty) \Leftrightarrow x < x_0 - r \text{ ή } x > x_0 + r$ καθώς και η γεωμετρική ερμηνεία αυτών, επειδή είναι πολύ δύσκολο να γίνουν κατανοητά από τους μαθητές σ' αυτή τη φάση της αλγεβρικής τους εμπειρίας. Αντίθετα, οι μαθητές μπορούν να ασχοληθούν με τα παραπάνω μέσα από συγκεκριμένα παραδείγματα (π.χ. η ανίσωση $|x - 2| < 3$ σημαίνει: «ποιοι είναι οι αριθμοί που απέχουν από το 2 απόσταση μικρότερη του 3;» δηλ.

$|x - 2| < 3 \Leftrightarrow d(x, 2) < 3 \Leftrightarrow -1 < x < 5$).



Προτείνεται, όμως, να γίνει διαπραγμάτευση των σχέσεων $|x| < r \Leftrightarrow -r < x < r$ και $|x| > r \Leftrightarrow x < -r \text{ ή } x > r$. Η δραστηριότητα Δ.10 του ΑΠΣ υποστηρίζει την παραπάνω προσέγγιση.

§2.4

Οι μαθητές έχουν ήδη αντιμετωπίσει, στο Γυμνάσιο, τις τετραγωνικές ρίζες και δυνάμεις με ακέραιο εκθέτη καθώς και τις ιδιότητες αυτών. Στην ενότητα αυτή γίνεται επέκταση στη ν-οστή ρίζα και στη δύναμη με ρητό εκθέτη. Να επισημανθεί η διατήρηση των ιδιοτήτων των δυνάμεων με ακέραιο εκθέτη και στην περίπτωση του ρητού εκθέτη. Προτείνεται η διαπραγμάτευση απλών ασκήσεων. Για να αναδειχθούν τα πλεονεκτήματα της χρήσης των ιδιοτήτων των ριζών, έναντι της χρήσης του υπολογιστή τσέπης, προτείνεται μια δραστηριότητα σαν τη Δ.11 του ΑΠΣ.

Κεφάλαιο 3^ο

(Προτείνεται να διατεθούν 12 διδακτικές ώρες)

Στο κεφάλαιο αυτό οι μαθητές μελετούν συστηματικά και διερευνούν εξισώσεις 1^{ου} και 2^{ου} βαθμού. Ως ιδιαίτερη περίπτωση εξετάζεται η εξίσωση $x^y = a$. Ειδικότερα:

§3.1

Οι μαθητές, στο Γυμνάσιο, έχουν διαπραγματευθεί αναλυτικά την επίλυση εξισώσεων της μορφής $ax+b=0$, της οποίας οι συντελεστές a και b είναι συγκεκριμένοι αριθμοί. Συναντούν δυσκολίες στη μετάβαση από την επίλυση μιας τέτοιας μορφής εξίσωσης στην επίλυση της γενικής μορφής $ax+b=0$, για δυο κυρίως λόγους: α) είναι δύσκολος ο διαχωρισμός της έννοιας της παραμέτρου από την έννοια της μεταβλητής και β) δεν είναι εξοικειωμένοι με τη διαδικασία της διερεύνησης γενικά.

Για το λόγο αυτό, προτείνεται να δοθεί προτεραιότητα στην αναγνώριση του ρόλου της παραμέτρου σε μια παραμετρική εξίσωση 1^{ου} βαθμού μέσα από τη διαπραγμάτευση της παραμετρικής εξίσωσης που περιλαμβάνεται στη θεωρία αυτής της παραγράφου. Για παράδειγμα, μπορεί να ζητηθεί από τους μαθητές να λύσουν την εξίσωση για συγκεκριμένες τιμές του λ (π.χ. $\lambda=2$, $\lambda=5$, $\lambda=1$, $\lambda=-1$) και στη συνέχεια να προσπαθήσουν να διατυπώσουν γενικά συμπεράσματα για κάθε τιμή της παραμέτρου λ . Προτείνεται, επίσης, προς διαπραγμάτευση η δραστηριότητα Δ.12 του ΑΠΣ καθώς και η επίλυση απλών παραμετρικών εξισώσεων και απλών εξισώσεων που ανάγονται σε εξισώσεις 1^{ου} βαθμού (όπως η άσκηση 10 της Α' Ομάδας).

Για καλύτερη κατανόηση και εμπέδωση των ιδιοτήτων των απολύτων τιμών, προτείνεται να δοθεί ιδιαίτερη έμφαση σε εξισώσεις, όπως η $|x-5| = -3$, την οποία δύσκολα χαρακτηρίζουν οι μαθητές από την αρχή ως αδύνατη.

§3.2

Η επίλυση εξισώσεων της μορφής $x^y = a$ να περιοριστεί σε απλές εξισώσεις.

§3.3

Η επίλυση της εξίσωσης $ax^2+bx+c=0$, $a \neq 0$ στη γενική της μορφή με τη μέθοδο «συμπλήρωσης τετραγώνου» είναι μια διαδικασία που δυσκολεύει τους μαθητές. Προτείνεται να χρησιμοποιήσουν οι μαθητές τη μέθοδο της «συμπλήρωσης τετραγώνου» πρώτα σε εξισώσεις 2^{ου} βαθμού με συντελεστές συγκεκριμένους αριθμούς και στη συνέχεια με τη βοήθεια του εκπαιδευτικού να γενικεύσουν τη διαδικασία.

Επίσης, προτείνεται η επίλυση απλών εξισώσεων που ανάγονται σε εξισώσεις 2^{ου} βαθμού (όπως τα παραδείγματα 1 και 3) και να δοθεί έμφαση στη μοντελοποίηση και επίλυση προβλημάτων με χρήση εξισώσεων 2^{ου} βαθμού (προτείνονται οι δραστηριότητες Δ.13 και Δ.14 του ΑΠΣ).

Οι τύποι του Vieta επιτρέπουν στους μαθητές είτε να κατασκευάσουν μια εξίσωση 2^{ου} βαθμού με δεδομένο το άθροισμα και το γινόμενο ριζών της είτε να προσδιορίσουν απευθείας τις ρίζες της (βρίσκοντας δυο αριθμούς που να έχουν άθροισμα S και γινόμενο P). Προτείνεται να ζητηθεί από τους μαθητές, υπό μορφή άσκησης, να προσδιορίσουν αυτούς τους τύπους και να τους χρησιμοποιήσουν στην επίλυση σχετικών προβλημάτων.

Κεφάλαιο 4^ο

(Προτείνεται να διατεθούν 10 διδακτικές ώρες)

Στο κεφάλαιο αυτό οι μαθητές μελετούν συστηματικά και διερευνούν ανισώσεις 1^{ου} και 2^{ου} βαθμού. Ειδικότερα:

§4.1

Οι μαθητές, στο Γυμνάσιο, έχουν διαπραγματευθεί αναλυτικά την επίλυση ανισώσεων 1^{ου} βαθμού με συγκεκριμένους συντελεστές. Εκτός από τη χρήση της αριθμογραμμής, για την απεικόνιση του συνόλου λύσεων μιας ανίσωσης, προτείνεται να δοθεί έμφαση και στη χρήση των διαστημάτων των πραγματικών αριθμών για την παραπάνω απεικόνιση, ως εφαρμογή της αντίστοιχης υποπαραγράφου της §2.2. Να συζητηθούν ομοιότητες και διαφορές ανάμεσα στην εξίσωση και την ανίσωση, ως προς τη διαδικασία της επίλυσης τους και το σύνολο των λύσεών τους.

Για καλύτερη κατανόηση και εμπέδωση των ιδιοτήτων των απολύτων τιμών, προτείνεται να λυθούν από τους μαθητές και ανισώσεις όπως οι $|x-5| < -3$ ή $|x-5| > -3$, των οποίων τη λύση, αν και προκύπτει από απλή παρατήρηση, δεν την αναγνωρίζουν άμεσα οι μαθητές. Προτείνεται επίσης να δοθεί

προτεραιότητα στη μοντελοποίηση προβλημάτων με χρήση ανισώσεων 1^{ου} βαθμού, όπως για παράδειγμα η άσκηση 11 της Α΄ Ομάδας και οι ασκήσεις 3 και 4 της Β΄ Ομάδας.

§4.2

Η διαπραγμάτευση ανισώσεων 2^{ου} βαθμού γίνεται για πρώτη φορά στην Α΄ Λυκείου. Προτείνεται να δοθεί έμφαση στη διερεύνηση της παραγοντοποίησης του τριωνύμου, όπου γίνεται ξανά χρήση της μεθόδου «συμπλήρωσης τετραγώνου», ώστε να μη δοθούν απευθείας τα συμπεράσματα αυτής. Στον προσδιορισμό του πρόσημου του τριωνύμου, παρατηρείται συχνά οι μαθητές να παραβλέπουν το πρόσημο του συντελεστή του δευτεροβάθμιου όρου ή να συγχέουν το πρόσημο της διακρίνουσας με το πρόσημο του τριωνύμου (π.χ. όταν $\Delta < 0$, θεωρούν ότι και το τριώνυμο παίρνει αρνητικές τιμές).

Τα παραπάνω προβλήματα συχνά αντιμετωπίζονται με διάφορα «τεχνάσματα» με τα σύμβολα «+» και «-», ώστε να προσδιορίσουν οι μαθητές το πρόσημο του τριωνύμου και να επιλύσουν ανισώσεις 2^{ου} βαθμού. Τέτοιες προσεγγίσεις δε συνδέονται με την κατανόηση του πότε ένα τριώνυμο παίρνει θετικές και πότε αρνητικές τιμές.

Για το λόγο αυτό προτείνεται να δοθεί έμφαση στην κατανόηση της διαδικασίας προσδιορισμού του πρόσημου του τριωνύμου (π.χ. μέσα από τη μελέτη του προσήμου των παραγόντων του και του συντελεστή του δευτεροβάθμιου όρου, όταν αυτό παραγοντοποιείται) και στη συνέχεια στη χρήση των συμπερασμάτων για την επίλυση ανισώσεων 2^{ου} βαθμού. Η μοντελοποίηση και επίλυση προβλημάτων με χρήση ανισώσεων 2^{ου} βαθμού (π.χ. η δραστηριότητα Δ.15 του ΑΠΣ και η άσκηση 7 της Β΄ Ομάδας) λειτουργούν προς αυτήν την κατεύθυνση.

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Α΄ ΤΑΞΗ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Διαχείριση διδακτέας ύλης

Κεφάλαιο 1^ο

(Προτείνεται να διατεθούν 2 διδακτικές ώρες)

Στόχος του κεφαλαίου αυτού είναι η διάκριση και επισήμανση των διαφορετικών χαρακτηριστικών της Πρακτικής Γεωμετρίας, που οι μαθητές διδάχθηκαν σε προηγούμενες τάξεις, και της Θεωρητικής Γεωμετρίας που θα διδαχθούν στο Λύκειο. Κάποια ζητήματα που θα μπορούσαν να συζητηθούν για την ανάδειξη των πλεονεκτημάτων της Θεωρητικής Γεωμετρίας έναντι της Πρακτικής, είναι: Η αδυναμία ακριβούς μέτρησης, η ανάγκη μέτρησης αποστάσεων μεταξύ απρόσιτων σημείων, η αναξιοπιστία των εμπειρικών προσεγγίσεων (προτείνεται η δραστηριότητα που αντιστοιχεί στο στόχο ΕΓ1 του ΑΠΣ).

Για να αποκτήσουν οι μαθητές μια πρώτη αίσθηση των βασικών αρχών της ανάπτυξης της Ευκλείδειας Γεωμετρίας ως αξιωματικού συστήματος, προτείνεται να εμπλακούν σε μια συζήτηση σχετικά με τη σημασία και το ρόλο των όρων «πρωταρχική έννοια», «ορισμός», «αξίωμα», «θεώρημα», «απόδειξη». Στοιχεία της ιστορικής εξέλιξης της Γεωμετρίας μπορούν να αποτελέσουν ένα πλαίσιο αναφοράς στο οποίο θα αναδειχθούν τα παραπάνω ζητήματα.

Κεφάλαιο 3^ο

(Προτείνεται να διατεθούν 15 διδακτικές ώρες)

§3.1 - §3.9

Οι μαθητές έχουν διαπραγματευθεί το μεγαλύτερο μέρος του περιεχομένου των παραγράφων αυτών στο Γυμνάσιο. Προτείνεται να δοθεί έμφαση σε κάποια νέα στοιχεία όπως:

- α) Η σημασία της ισότητας των ομόλογων πλευρών στη σύγκριση τριγώνων.
- β) Η διαπραγμάτευση παραδειγμάτων τριγώνων με τρία κύρια στοιχεία τους ίσα, τα οποία δεν είναι ίσα (δυο τρίγωνα με ίσες δυο πλευρές και μια μη περιεχόμενη γωνία αντίστοιχα ίση, όπως στις δραστηριότητες Δ.5 και Δ.7 του ΑΠΣ).
- γ) Ο σχεδιασμός σχημάτων με βάση τις λεκτικές διατυπώσεις των γεωμετρικών προτάσεων (ασκήσεων, θεωρημάτων) και αντίστροφα.
- δ) Η διατύπωση των γεωμετρικών συλλογισμών των μαθητών.
- ε) Η ισότητα τριγώνων, ως μια στρατηγική απόδειξης ισότητας ευθυγράμμων τμημάτων ή γωνιών (σχόλιο της §3.2).
- στ) Ο εντοπισμός κατάλληλων τριγώνων για σύγκριση σε «σύνθετα» σχήματα (προτείνεται η δραστηριότητα Δ.6 του ΑΠΣ).

ζ) Η σημασία της «βοηθητικής γραμμής» στην αποδεικτική διαδικασία (πόρισμα I της §.3.2).

Προτείνεται να ενοποιηθούν σε μια πρόταση οι προτάσεις που ταυτίζουν τη διχοτόμο, τη διάμεσο και το ύψος από τη κορυφή ισοσκελούς τριγώνου (πόρισμα I της §3.2 , πόρισμα I της , §3.4 και πόρισμα I της §3.6)

Μαζί με την πρόταση αυτή προτείνεται να γίνει η διαπραγμάτευση της εφαρμογής 2 της §3.12 , για την απόδειξη της οποίας αρκούν τα κριτήρια ισότητας τριγώνων.

Επίσης, σαν μια ενιαία πρόταση, μπορεί να ζητηθεί από τους μαθητές να δείξουν ότι σε ίσα τρίγωνα τα δευτερεύοντα στοιχεία τους (διάμεσος, ύψος, διχοτόμος) που αντιστοιχούν σε ομόλογες πλευρές είναι επίσης ίσα (π.χ. άσκηση 1i Εμπέδωσης της §3.4 , άσκηση 4 Εμπέδωσης της §3.6). Ενιαία μπορούν να αντιμετωπιστούν, ως αντίστροφες προτάσεις, τα πορίσματα IV της §3.2 και III, IV της §3.4 που αναφέρονται στις σχέσεις των χορδών και των αντίστοιχων τόξων.

Με στόχο την ανάδειξη της διδακτικής αξίας των γεωμετρικών τόπων προτείνεται τα πορίσματα III της §3.2 και II της §3.4, που αφορούν στη μεσοκάθετο τμήματος, καθώς και το θεώρημα IV της §3.6, που αφορά στη διχοτόμο γωνίας, να διδαχθούν ενιαία ως παραδείγματα βασικών γεωμετρικών τόπων. Συγκεκριμένα, προτείνεται οι μαθητές πρώτα να εικάσουν τους συγκεκριμένους γεωμετρικούς τόπους και στη συνέχεια να τους αποδείξουν (προτείνονται οι δραστηριότητες Δ.8, Δ.9 και Δ.10 του ΑΠΣ).

§3.10 – §3.13

Η ύλη των παραγράφων αυτών είναι νέα για τους μαθητές. Να επισημανθεί στους μαθητές ότι η τριγωνική ανισότητα αποτελεί κριτήριο για το πότε τρία ευθύγραμμα τμήματα αποτελούν πλευρές τριγώνου (προτείνεται η δραστηριότητα Δ.12 του ΑΠΣ). Επίσης, προτείνονται οι ασκήσεις 4 και 6 (Αποδεικτικές), που διαπραγματεύονται: την απόσταση σημείου από κύκλο και σχέσεις χορδών και τόξων αντίστοιχα.

§3.14 – §3.16

Τα συμπεράσματα της §3.14 είναι γνωστά στους μαθητές από το Γυμνάσιο. Οι αιτιολογήσεις, όμως, προέρχονται από τα θεωρήματα της §3.13. Το περιεχόμενο της §3.16 δεν είναι γνωστό στους μαθητές και χρειάζεται και για τις γεωμετρικές κατασκευές που ακολουθούν (προτείνονται οι Δ.14 και Δ.15 του ΑΠΣ).

§3.17 και §3.18

Η διαπραγμάτευση των γεωμετρικών κατασκευών συμβάλλει στην κατανόηση των σχημάτων από τους μαθητές με βάση τις ιδιότητές τους καθώς και στην ανάπτυξη της αναλυτικής και συνθετικής σκέψης η οποία μπορεί να αξιοποιηθεί και σε εξωμαθηματικές γνωστικές περιοχές. Προτείνεται να γίνουν κατά προτεραιότητα τα προβλήματα 2 και 4 της §3.17 και τα προβλήματα 2 και 3 της §3.18.

Κεφάλαιο 4°

(Προτείνεται να διατεθούν 8 διδακτικές ώρες)

§4.1 - §4.4

Το σημαντικότερο θέμα στις παραγράφους αυτές αποτελεί το «αίτημα παραλληλίας» το οποίο καθορίζει τη φύση της Γεωμετρίας στην οποία αναφερόμαστε. Η σημασία του «αιτήματος παραλληλίας», για τη Γεωμετρία την ίδια και για την ιστορική της εξέλιξη, μπορεί να διαφανεί από στοιχεία που παρέχονται στο ιστορικό σημείωμα του Κεφαλαίου καθώς επίσης και στη δραστηριότητα Δ.16 του ΑΠΣ. Οι μαθητές είναι σημαντικό να αναγνωρίσουν την αδυναμία χρήσης του ορισμού και τη σημασία των προτάσεων της §4.2 (που προηγούνται του «αιτήματος παραλληλίας») ως εργαλεία για την απόδειξη της παραλληλίας δύο ευθειών. Προτείνεται να διερευνήσουν οι μαθητές τη σχέση του θεωρήματος της §4.2 και της Πρότασης I , με στόχο να αναγνωρίσουν ότι το ένα είναι το αντίστροφο του άλλου.

§4.5

Προτείνεται, πριν τη διαπραγμάτευση των θεωρημάτων της παραγράφου, να συζητηθεί η δραστηριότητα Δ.17 του ΑΠΣ. Επίσης, να επισημανθεί η στρατηγική που χρησιμοποιείται στις αποδείξεις των θεωρημάτων σχετικά με πώς δείχνουμε ότι τρεις ευθείες διέρχονται από το ίδιο σημείο, γιατί δεν είναι οικεία στους μαθητές.

§4.6 - §4.7

Προτείνεται το θεώρημα της §4.6 να συνδεθεί με τα πορίσματα της §3.10 , ώστε οι μαθητές να αναγνωρίσουν ότι το συμπέρασμα του θεωρήματος είναι ισχυρότερο από τα πορίσματα και ότι αυτό

οφείλεται στη χρήση του «αιτήματος παραλληλίας» στην απόδειξή του. Το ίδιο ισχύει και για το πόρισμα (i) της §4.6 σε σχέση με το Θεώρημα της §3.10.

Προτείνεται οι μαθητές, χρησιμοποιώντας το άθροισμα των γωνιών τριγώνου, να βρουν το άθροισμα των γωνιών τετραπλεύρου, πενταγώνου κ.α., να εικάσουν το άθροισμα των γωνιών n -γώνου και να αποδείξουν την αντίστοιχη σχέση (προτείνεται η δραστηριότητα που αντιστοιχεί στο στόχο ΠΕ4 του ΑΠΣ). Δίνεται έτσι η δυνατότητα σύνδεσης Γεωμετρίας και Άλγεβρας. Να επισημανθεί, επίσης, η σταθερότητα του αθροίσματος των εξωτερικών γωνιών n -γώνου.

ΑΛΓΕΒΡΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ **Β΄ ΤΑΞΗ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**

Διαχείριση διδακτέας ύλης

Κεφάλαιο 5°

(Προτείνεται να διατεθούν 15 διδακτικές ώρες)

Στο κεφάλαιο αυτό οι μαθητές εισάγονται στην έννοια της ακολουθίας πραγματικών αριθμών και μελετούν περιπτώσεις ακολουθιών που εμφανίζουν κάποιες ειδικές μορφές κανονικότητας, την αριθμητική και τη γεωμετρική πρόοδο. Ειδικότερα:

§5.1

Να δοθεί προτεραιότητα στην αναγνώριση της ακολουθίας ως αντιστοιχίας των φυσικών στους πραγματικούς αριθμούς και στην εξοικείωση των μαθητών με το συμβολισμό (π.χ. ότι ο φυσικός αριθμός 1, μέσω μιας ακολουθίας a , αντιστοιχεί στον πραγματικό αριθμό a_1 που αποτελεί τον πρώτο όρο της ακολουθίας αυτής), δεδομένου ότι αυτός δυσκολεύει τους μαθητές (προτείνεται η δραστηριότητα Δ.16 του ΑΠΣ).

§5.2

Αρχικά οι μαθητές χρειάζεται να μπορούν να αναγνωρίσουν με βάση τον ορισμό αν μια συγκεκριμένη ακολουθία είναι αριθμητική πρόοδος (π.χ. η δραστηριότητα Δ.17 του ΑΠΣ). Στη συνέχεια, να προσδιορίζουν το n -οστό όρο και το άθροισμα των n πρώτων όρων συγκεκριμένων αριθμητικών προόδων, με τρόπο τέτοιο που να τους βοηθά να αντιληφθούν κανονικότητες, οι οποίες μπορούν να τους οδηγήσουν στα γενικά συμπεράσματα (προτείνεται η δραστηριότητα Δ.18 του ΑΠΣ). Η μοντελοποίηση και επίλυση προβλημάτων (όπως η άσκηση 12 της Α΄ Ομάδας) συμβάλλει στην εννοιολογική κατανόηση της έννοιας της αριθμητικής προόδου.

Το να δοθούν απλώς οι τύποι του n -οστού όρου και του αθροίσματος των n πρώτων όρων αριθμητικής προόδου και στη συνέχεια οι μαθητές να επιδοθούν στην αλγοριθμική χρήση τους για την επίλυση ασκήσεων δεν είναι συμβατό με το πνεύμα του ΑΠΣ.

§5.3

Η διαπραγμάτευση της έννοιας της γεωμετρικής προόδου προτείνεται να γίνει κατ' αντιστοιχία με την έννοια της αριθμητικής προόδου. Προτείνονται οι δραστηριότητες Δ.19, Δ.20 και Δ.21 του ΑΠΣ, που στόχο έχουν να αντιληφθούν οι μαθητές κανονικότητες που θα τους οδηγήσουν στην εύρεση του n -οστού όρου και του αθροίσματος των n πρώτων όρων γεωμετρικής προόδου. Αν ο εκπαιδευτικός κρίνει ότι το επιτρέπουν ο χρόνος, που έχει στη διάθεσή του και το επίπεδο της τάξης, θα μπορούσαν να τεθούν υπό διαπραγμάτευση, τα παραδείγματα της §5.4, ως εφαρμογή της γεωμετρικής προόδου, με στόχο να συνδεθεί η έννοια με πραγματικές καταστάσεις.

Κεφάλαιο 6°

(Προτείνεται να διατεθούν 18 διδακτικές ώρες)

Οι μαθητές, στο Γυμνάσιο, έχουν έρθει σε επαφή με την έννοια της συνάρτησης, κυρίως με εμπειρικό τρόπο, και έχουν διερευνήσει στοιχειωδώς συγκεκριμένες συναρτήσεις. Στην Α΄ Λυκείου μελετούν την έννοια της συνάρτησης με πιο συστηματικό και τυπικό τρόπο. Σε πολλούς μαθητές δημιουργούνται παρανοήσεις και ελλείψεις εικόνες σχετικά με την έννοια αυτή, με αποτέλεσμα να παρουσιάζουν προβλήματα στην αναγνώριση μιας συνάρτησης, καθώς και να μη μπορούν να χειριστούν με ευελιξία διαφορετικές αναπαραστάσεις της ίδιας συνάρτησης (π.χ. πίνακας τιμών, αλγεβρικός τύπος, γραφική παράσταση). Για το λόγο αυτό θα πρέπει οι μαθητές, μέσω κατάλληλων δραστηριοτήτων, να

χρησιμοποιούν, να συνδέουν και να ερμηνεύουν τις αναπαραστάσεις μιας συνάρτησης καθώς και να εντοπίζουν πλεονεκτήματα και (ενδεχομένως)μειονεκτήματα καθεμιάς εξ αυτών.

Οι έννοιες «κατακόρυφη - οριζόντια μετατόπιση καμπύλης», «μονοτονία – ακρότατα - συμμετρίες συνάρτησης», δεν συμπεριλαμβάνονται στη διδακτέα ύλη, όπως αναπτύσσονται στις παραγράφους 6.4 και 6.5. Οι έννοιες αυτές θα μελετηθούν στις ειδικές περιπτώσεις συναρτήσεων της μορφής: $f(x)=ax+b$ (§6.3), $f(x)=ax^2$ (§7.1) και $f(x)=ax^2+bx+\gamma$ (§7.3). Ειδικότερα:

§6.1 - §6.2

Προτείνεται να δοθούν αρχικά συγκεκριμένα παραδείγματα μοντελοποίησης καταστάσεων, ώστε να αναδειχθεί η σημασία της έννοιας της συνάρτησης για τις εφαρμογές, και στη συνέχεια να ακολουθήσει ο τυπικός ορισμός. Να δοθεί έμφαση στην αναγνώριση και τεκμηρίωση, με βάση τον ορισμό, αν αντιστοιχίες που δίνονται με διάφορες αναπαραστάσεις είναι συναρτήσεις ή όχι (οι δραστηριότητες Δ.22, Δ.23 και Δ.24 του ΑΠΣ λειτουργούν προς αυτήν την κατεύθυνση), στη σύνδεση διαφορετικών αναπαραστάσεων μιας συνάρτησης (τύπος, πίνακας τιμών και γραφική παράσταση) και στην ερμηνεία μιας δεδομένης γραφικής παράστασης για την επίλυση ενός προβλήματος (προτείνεται η δραστηριότητα Δ.26 του ΑΠΣ).

§6.3

Οι μαθητές έχουν διαπραγματευθεί τη γραφική παράσταση της ευθείας $\psi=ax+b$ στο Γυμνάσιο. Εδώ προτείνεται να δοθεί έμφαση στη διερεύνηση του ρόλου των παραμέτρων a και b στη γραφική παράσταση της $f(x)=ax+b$, ώστε να προκύψουν οι σχετικές θέσεις ευθειών στο επίπεδο (πότε είναι παράλληλες μεταξύ τους, πότε ταυτίζονται, πότε τέμνουν τον άξονα y' στο ίδιο σημείο).

Επίσης προτείνεται, αφού οι μαθητές παρατηρήσουν (με χρήση της γραφικής παράστασης και του πίνακα τιμών συγκεκριμένων γραμμικών συναρτήσεων) πώς μεταβάλλονται οι τιμές της συνάρτησης όταν μεταβάλλεται η ανεξάρτητη μεταβλητή, να καταλήξουν σε γενικότερα συμπεράσματα που αφορούν στη μονοτονία της συνάρτησης και να τα εκφράσουν συμβολικά, καθώς και να διερευνήσουν το ρόλο της παραμέτρου a σε σχέση με αυτά (προτείνεται η δραστηριότητα Δ.27 του ΑΠΣ).

Κεφάλαιο 7°

(Προτείνεται να διατεθούν 17 διδακτικές ώρες)

Οι μαθητές, στο Γυμνάσιο, έχουν μελετήσει παραβολές της μορφής $\psi=ax^2$. Στο κεφάλαιο αυτό μελετούν επιπλέον ιδιότητες αυτής της συνάρτησης. Επίσης, με αφετηρία την $\psi=ax^2$, κατασκευάζουν τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=ax^2 + bx + \gamma$ την οποία στη συνέχεια χρησιμοποιούν για να μελετήσουν ιδιότητες της f . Ειδικότερα:

§7.1

Οι μαθητές έχουν διαπραγματευθεί, στο Γυμνάσιο, τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $\psi=ax^2$. Εδώ προτείνεται να δοθεί έμφαση στη διερεύνηση ως προς τη μονοτονία, τα ακρότατα και τις συμμετρίες των συναρτήσεων $g(x)=x^2$ και $h(x)=-x^2$ με τη βοήθεια της γραφικής παράστασής τους, στη γενίκευση των παραπάνω συμπερασμάτων για τη συνάρτηση $f(x)=ax^2$ (προτείνεται η δραστηριότητα Δ. 29 του ΑΠΣ) και στη συμβολική τους έκφραση.

§7.3

Να δοθεί έμφαση στη χάραξη και διερεύνηση της γραφικής παράστασης συγκεκριμένων πολυωνυμικών συναρτήσεων της μορφής $f(x)=ax^2+bx+\gamma$ μέσω κατάλληλων μετατοπίσεων της $g(x)=ax^2$ και στη μελέτη της μονοτονίας, των ακρότατων και της συμμετρίας της συνάρτησης με τη βοήθεια της γραφικής της παράστασης. Επίσης, να γίνει γεωμετρική ερμηνεία των συμπερασμάτων των §3.3 και §4.2 (ρίζες και πρόσημο τριωνύμου) με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $f(x)=ax^2+bx+\gamma$ (προτείνεται η δραστηριότητα Δ.32 του ΑΠΣ).

Ειδικότερα, όσον αφορά στη χάραξη της γραφικής παράστασης και στη μελέτη της συνάρτησης $f(x)=ax^2+bx+\gamma$, η ιδέα που βρίσκεται και πίσω από τη δραστηριότητα Δ.30 του ΑΠΣ είναι η εξής: Οι μαθητές, με τη βοήθεια λογισμικού δυναμικής γεωμετρίας, χαράσσουν τη γραφική παράσταση της $g(x)=ax^2$ για διάφορες τιμές του a . Τη μετατοπίζουν κ μονάδες οριζόντια για διάφορες τιμές του κ (π.χ. κατά 3 μονάδες αριστερά, κατά 4 μονάδες δεξιά) και παρατηρούν τη μορφή που παίρνει ο τύπος της συνάρτησης. Στη συνέχεια τη μετατοπίζουν λ μονάδες κατακόρυφα για διάφορες τιμές του λ (π.χ. κατά 2 μονάδες κάτω, κατά 5 μονάδες πάνω) και κάνουν ανάλογες παρατηρήσεις. Συνδυάζοντας τις δύο

μετατοπίσεις μπορούν να παρατηρήσουν ότι η συνάρτηση που θα προκύψει θα είναι της μορφής $f(x)=\alpha(x+\kappa)^2+\lambda$.

Τέλος, δίνονται στους μαθητές συγκεκριμένες συναρτήσεις της μορφής $f(x)=\alpha x^2+\beta x+\gamma$ και εκείνοι προσπαθούν, με κατάλληλες μετατοπίσεις της $g(x)=\alpha x^2$, να οδηγηθούν στη γραφική παράσταση της f . Στη συνέχεια μελετούν, με τη βοήθεια της γραφικής της παράστασης, ιδιότητες της f και επεκτείνουν τα συμπεράσματα που αφορούν στη μονοτονία, στα ακρότατα και στις συμμετρίες της $g(x) = \alpha x^2$ στην $f(x)=\alpha x^2+\beta x+\gamma$.

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Β ΤΑΞΗ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Διαχείριση διδακτέας ύλης

Κεφάλαιο 5^ο

(Προτείνεται να διατεθούν 35 διδακτικές ώρες)

§5.1 – §5.2

Να επισημανθεί ότι καθένα από τα κριτήρια για τα παραλληλόγραμμα περιέχει τις ελάχιστες ιδιότητες που απαιτούνται για είναι ισοδύναμο με τον ορισμό του παραλληλογράμμου (προτείνεται η δραστηριότητα Δ.18 του ΑΠΣ). Προτείνεται να ζητηθεί από τους μαθητές να διερευνήσουν αν ένα τετράπλευρο με τις δυο απέναντι πλευρές παράλληλες και τις άλλες δυο ίσες είναι παραλληλόγραμμο. Για την εφαρμογή των ιδιοτήτων των παραλληλογράμμων στην επίλυση προβλημάτων μπορεί να αξιοποιηθεί η δραστηριότητα Δ.19 του ΑΠΣ.

§5.3 – §5.5

Να επισημανθεί ότι κάθε ένα από τα κριτήρια για να είναι ένα τετράπλευρο ορθογώνιο ή ρόμβος ή τετράγωνο περιέχει τις ελάχιστες ιδιότητες που απαιτούνται για να είναι ισοδύναμο με τον ορισμό του ορθογωνίου ή του ρόμβου ή του τετραγώνου αντίστοιχα. Επιδιώκεται οι μαθητές να αναγνωρίζουν τα είδη των παραλληλογράμμων (ορθογώνιο, ρόμβος, τετράγωνο) με βάση τα αντίστοιχα κριτήρια και όχι με βάση κάποια πρότυπα σχήματα που συνδέονται με την οπτική γωνία που τα κοιτάμε. Να δοθεί έμφαση στην άρση της παρανόησης που δημιουργείται σε μαθητές, ότι ένα τετράγωνο δεν είναι ορθογώνιο ή ένα τετράγωνο δεν είναι ρόμβος. Προτείνεται να ζητηθεί από τους μαθητές να διερευνήσουν: αν ένα τετράπλευρο με ίσες διαγώνιες είναι ορθογώνιο και αν ένα τετράπλευρο με κάθετες διαγώνιες είναι ρόμβος, καθώς και να αξιοποιήσουν τις ιδιότητες των παραλληλογράμμων στην επίλυση προβλημάτων (δραστηριότητες Δ.20, Δ.21 και Δ.22 του ΑΠΣ).

§5.6 – §5.9

Προτείνεται να ζητηθεί από τους μαθητές να εικάσουν σε ποια γραμμή ανήκουν τα σημεία που ισαπέχουν από δυο παράλληλες ευθείες και στη συνέχεια να αποδείξουν ότι η μεσοπαράλληλή τους είναι ο ζητούμενος γεωμετρικός τόπος. Προτείνεται, επίσης, η διαπραγμάτευση της Εφαρμογής 1 της §5.6. Προτείνεται να ζητηθεί από τους μαθητές να διερευνήσουν τα είδη των τριγώνων που το ορθόκεντρο είναι μέσα ή έξω από το τρίγωνο. Θα μπορούσαν να αναζητηθούν εναλλακτικές αποδείξεις για τα θεωρήματα που αφορούν στις ιδιότητες του ορθογωνίου τριγώνου.

§5.10 – §5.12

Εκτός από το συγκεκριμένο αντικείμενο των παραγράφων αυτών, προτείνεται να εμπλακούν οι μαθητές στην επίλυση προβλημάτων που συνδυάζουν γεωμετρικά θέματα από όλο το κεφάλαιο. Προτείνεται επίσης να συζητηθεί με τους μαθητές η ταξινόμηση των τετραπλεύρων του σχολικού βιβλίου (ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ) και, κατά την κρίση του εκπαιδευτικού, η συσχέτιση με άλλες ταξινομήσεις όπως αναφέρονται στο ιστορικό σημείωμα του Κεφαλαίου.

Κεφάλαιο 6^ο

(Προτείνεται να διατεθούν 15 διδακτικές ώρες)

§6.5 – §6.6

Προτείνεται, ως εισαγωγή στο πρόβλημα εγγραψιμότητας ενός τετραπλεύρου σε κύκλο, οι μαθητές να διερευνήσουν ποια από τα γνωστά τετράπλευρα (παραλληλόγραμμο, ορθογώνιο, ρόμβος, τετράγωνο, τραπέζιο) είναι εγγράψιμα, βασιζόμενοι στις ιδιότητες των εγγεγραμμένων τετραπλεύρων (π.χ., ο ρόμβος δεν είναι εγγράψιμος σε κύκλο, γιατί αν ήταν εγγράψιμος θα έπρεπε να έχει τις απέναντι

γωνίες του παραπληρωματικές). Η διερεύνηση θα μπορούσε να επεκταθεί και σε τυχαία τετράπλευρα (και με τη βοήθεια λογισμικού), ώστε οι μαθητές να εικάσουν τα κριτήρια εγγραψιμότητας.

ΑΛΓΕΒΡΑ **Β΄ ΤΑΞΗ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**

Διαχείριση διδακτέας ύλης

Πριν την έναρξη της διδασκαλίας της ύλης της Β Τάξης ΓΕΛ, προτείνεται να διατεθούν 6 διδακτικές ώρες για την διδασκαλία των παραγράφων 7.1 Μελέτη της Συνάρτησης: $f(x) = ax^2$ και 7.3 (Μελέτη της Συνάρτησης: $f(x) = ax^2 + bx + c$) του κεφαλαίου 7, από το βιβλίο «Άλγεβρα και Στοιχεία Πιθανοτήτων Α΄ Γενικού Λυκείου»

Στη συνέχεια θα ακολουθήσει η διδασκαλία της ύλης της Β΄ Λυκείου.

Κεφάλαιο 1ο (Προτείνεται να διατεθούν 7 διδακτικές ώρες)

§1.1 Γίνεται επανάληψη των γνωστών από το Γυμνάσιο μεθόδων επίλυσης γραμμικών συστημάτων 2×2 . Εισάγεται η έννοια της οριζουσας, η επίλυση συστημάτων με χρήση οριζουσών και η διερεύνηση παραμετρικών συστημάτων με μια παράμετρο. Γίνεται επίλυση απλών συστημάτων 3×3 .

§1.2 Προτείνεται η επίλυση απλών μη γραμμικών συστημάτων με 2 αγνώστους, καθώς και η έμφαση στη γεωμετρική ερμηνεία των αποτελεσμάτων. Να μη διδαχθούν οι ασκήσεις 4 και 5 της Β΄ Ομάδας.

Κεφάλαιο 2ο (Προτείνεται να διατεθούν 6 διδακτικές ώρες)

Στην Α΄ Λυκείου οι μαθητές μελέτησαν την $f(x) = ax^2 + bx + c$, μέσω μετατοπίσεων της $g(x) = ax^2$ και εξέτασαν τη μονοτονία και τα ακρότατα αυτής. Στο κεφάλαιο αυτό διατυπώνονται οι γενικοί ορισμοί των παραπάνω εννοιών και εξετάζονται αυτές και για άλλες συναρτήσεις μέσω των γραφικών παραστάσεών τους.

Κεφάλαιο 3ο (Προτείνεται να διατεθούν 20 διδακτικές ώρες)

§3.1 Να δοθεί έμφαση στην έννοια του ακτινίου, στη σύνδεσή του με τις μοίρες και την αναπαράστασή του στον τριγωνομετρικό κύκλο καθώς και στην «κατάληξη» της τελικής πλευράς μιας γωνίας πάνω σε αυτόν.

§3.2 Να γίνει επιλογή από τις ασκήσεις 1-6 και από τις 10-13 της Α΄ Ομάδας.

§3.3 Προτείνεται να μη δοθούν προς λύση οι ασκήσεις της Β΄ Ομάδας.

§3.4 Να τονισθούν τα συμπεράσματα που περιέχονται στο Σχόλιο στο τέλος της παραγράφου.

Προτείνεται να γίνουν κατά προτεραιότητα οι ασκήσεις:

A) 1, 3, 4, 5, 6 και 7(i, ii) της Α΄ Ομάδας

B) 1, 2 και 3 της Β΄ Ομάδας.

§3.5 Προτείνεται να μη γίνουν:

A) Η άσκηση 11(ii) της Α΄ Ομάδας.

B) Όλες οι ασκήσεις της Β΄ Ομάδας.

§3.6- & §3.7: Η διδασκαλία αυτών των δύο παραγράφων να περιορισθεί σε απλές εφαρμογές των τύπων και σε ασκήσεις Α΄ ομάδας.

Κεφάλαιο 4ο (Προτείνεται να διατεθούν 18 διδακτικές ώρες)

§4.1 Προτείνεται να γίνουν κατά προτεραιότητα οι ασκήσεις:

A) 1 και 2 (i, ii, iii) της Α΄ Ομάδας

B) 2 και 3 της Β΄ Ομάδας.

§4.2 Προτείνεται:

A) Να γίνουν κατά προτεραιότητα οι ασκήσεις 1 (i, iv), 2, 3 και 10 της Α΄ Ομάδας.

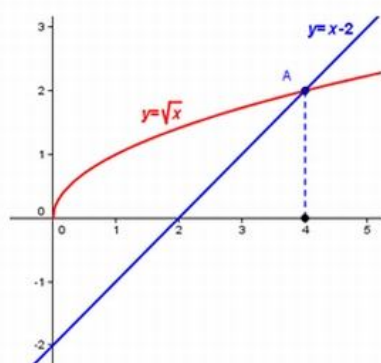
B) Να μη γίνουν οι ασκήσεις της Β΄ Ομάδας.

§4.3 Στην ενότητα αυτή εισάγονται νέα εργαλεία για την παραγοντοποίηση πολυωνύμων μέσω της οποίας επιλύονται στη συνέχεια πολυωνυμικές εξισώσεις και ανισώσεις βαθμού μεγαλύτερου από 2.

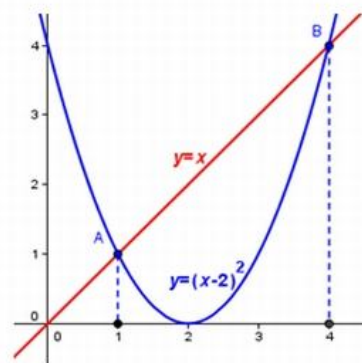
Προτείνεται να γίνουν κατά προτεραιότητα: Οι ασκήσεις 1, 4, 5, 6 και 8 της Α' Ομάδας και προβλήματα της Β' Ομάδας, τα οποία οδηγούν στην επίλυση πολυωνυμικών εξισώσεων.

§4.4 Στην ενότητα αυτή επιλύονται εξισώσεις και ανισώσεις που ανάγονται σε πολυωνυμικές, όπως άρρητες και κλασματικές εξισώσεις και ανισώσεις.

A) Να δοθεί έμφαση στο γεγονός ότι η ύψωση των μελών μιας εξίσωσης στο τετράγωνο δεν οδηγεί πάντα σε ισοδύναμη εξίσωση. Αυτό μπορεί να γίνει και με τη βοήθεια των παρακάτω γραφικών παραστάσεων



Γραφική λύση της $\sqrt{x} = x - 2$



Γραφική λύση της $x = (x - 2)^2$

B) Προτείνεται να μη γίνουν οι ασκήσεις 3 και 4 της Β' Ομάδας.

Κεφάλαιο 5ο (Προτείνεται να διατεθούν 18 διδακτικές ώρες)

§5.1 Προτείνεται να δοθεί έμφαση στα προβλήματα της Β' Ομάδας, με προτεραιότητα στις 6, 7 και 8.

§5.2 A) Προτείνεται να γίνουν κατά προτεραιότητα:

Οι ασκήσεις της Α' Ομάδας με έμφαση στα προβλήματα.

Οι ασκήσεις 2, 3, 5 της Β' Ομάδας.

B) Προτείνεται να μη γίνουν οι ασκήσεις 6, 7 και 8 της Β' Ομάδας.

§5.3 A) Προτείνεται να διδαχθούν μόνο οι συναρτήσεις $f(x) = \log x$ και $f(x) = \ln x$.

B) Προτείνεται να γίνουν κατά προτεραιότητα οι ασκήσεις: 2, 5, 6, 7 και 8 της Α' Ομάδας και 1(i, iii), 3, 5, 7 και 8 της Β' Ομάδας.

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Β' ΤΑΞΗ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

II. Διαχείριση διδακτέας ύλης

Κεφάλαιο 7°

(Προτείνεται να διατεθούν 6 διδακτικές ώρες).

§7.1-7.6

Στις παραγράφους αυτές γίνεται πρώτη φορά λόγος για σύμμετρα και ασύμμετρα ευθύγραμμα τμήματα. Η έννοια της ασυμμετρίας μπορεί να βοηθήσει σημαντικά τους μαθητές να ξεκαθαρίσουν την έννοια του αρρήτου αριθμού. Η ανάπτυξη της ύλης στο σχολικό βιβλίο (θεωρία, παρατηρήσεις, σημειώσεις) είναι πλήρης και αν διδαχθεί προσεκτικά θα βοηθήσει τους μαθητές σε σημαντικές περιοχές της Γεωμετρίας που ακολουθεί (Θεώρημα Θαλή, όμοια τρίγωνα) και της Άλγεβρας (η έννοια του πραγματικού αριθμού). Προτείνεται να δοθεί έμφαση στις ερωτήσεις κατανόησης.

§7.7

Προτείνεται να γίνει το πρόβλημα 1 (Κατασκευή τέταρτης αναλόγου) και να δοθεί έμφαση στις ερωτήσεις κατανόησης. Να μη γίνουν τα σύνθετα θέματα.

§7.8

Να μη γίνουν τα σύνθετα θέματα.

Να μη γίνουν οι γενικές ασκήσεις του κεφαλαίου.

Κεφάλαιο 8°

(Προτείνεται να διατεθούν 4 διδασκτικές ώρες).

§8.1-8.2

A) Ίσως χρειασθεί, κατά την κρίση του διδάσκοντος, να γίνει μία γρήγορη επανάληψη στις αναλογίες και το Θεώρημα του Θαλή που διδαχθήκαν στην Α΄ Λυκείου.

B) Η εφαρμογή 4 της παραγράφου 8.2 θα χρειασθεί στη συνέχεια για να αποδειχθεί τύπος για το εμβαδόν τριγώνου.

Γ) Το Κεφάλαιο προσφέρεται για τη συζήτηση εφαρμογών που ήδη θίγονται στο σχολικό βιβλίο (μέτρηση ύψους απρόσιτων σημείων, χρήση εξάντα).

Δ) Να μη γίνουν:

- Τα σύνθετα θέματα 1, 2 και 3.
- Οι γενικές ασκήσεις του Κεφαλαίου.

Κεφάλαιο 9°

(Προτείνεται να διατεθούν 15 διδασκτικές ώρες).

§9.1-9.2 (Προτείνεται να διατεθούν 3 διδασκτικές ώρες).

A) Στις παραγράφους αυτές η άσκοπη ασκησιολογία αλγεβρικού χαρακτήρα δε συνεισφέρει στην κατανόηση της Γεωμετρίας.

B) Προτείνεται να γίνει το σχόλιο της εφαρμογής ως σύνδεση με την επόμενη παράγραφο.

Γ) Να μη γίνουν τα σύνθετα θέματα 4, 6.

§9.3 (Προτείνεται να διατεθούν 3 διδασκτικές ώρες).

Στην παράγραφο αυτή είναι σκόπιμο να διατεθεί χρόνος ώστε να σχολιαστεί το ιστορικό σημείωμα για την ανακάλυψη των ασύμμετρων μεγεθών και να γίνουν και οι 3 κατασκευές (υποτείνουσα και κάθετη πλευρά ορθογωνίου τριγώνου, μέση ανάλογος, άρρητα πολλαπλάσια ευθύγραμμου τμήματος που δίνουν και τον τρόπο κατασκευής ευθυγράμμων τμημάτων με μήκος τετραγωνική ρίζα φυσικού – αφορμή για μία σύντομη συζήτηση για τη δυνατότητα κατασκευής ή μη των αρρήτων). Επίσης μπορεί να γίνει αναφορά στην 7.3 στην οποία γίνεται λόγος για την κατασκευή αρρήτων μεγεθών.

§9.4-9.5 (Προτείνεται να διατεθούν 5 διδασκτικές ώρες).

A) Στην παράγραφο 9.4 προτείνεται να μην αναλωθεί επιπλέον διδασκτικός χρόνος για άσκοπη ασκησιολογία αλγεβρικού τύπου.

B) Τα θεωρήματα των διαμέσων (παράγραφος 9.5) μπορούν να διδαχθούν ως εφαρμογές των θεωρημάτων της οξείας και αμβλείας γωνίας (χωρίς τις ασκήσεις τους), αφού και η παράγραφος 9.6 (γεωμετρικοί τόποι) που στηρίζονται στα θεωρήματα των διαμέσων είναι εκτός ύλης.

Γ) Εφαρμογές των θεωρημάτων των διαμέσων υπάρχουν σε ασκήσεις των επόμενων παραγράφων.

Δ) Να μη γίνουν τα σύνθετα θέματα ..

§9.7 (Προτείνεται να διατεθούν 4 διδασκτικές ώρες).

A) Προτείνεται να δοθεί έμφαση στην 3η εφαρμογή και στο σχόλιο της (κατασκευή χρυσής τομής, ο λόγος φ).

B) Από τις ασκήσεις μία επιλογή θα μπορούσε να είναι η εξής:

- Οι ερωτήσεις κατανόησης.
- Από τις ασκήσεις εμπέδωσης οι 1 και 4
- Από τις αποδεικτικές οι 1 και 3.

Γ) Τα σύνθετα θέματα θα μπορούσαν να εξαιρεθούν από την ύλη καθώς και οι γενικές ασκήσεις.

Δ) Η δραστηριότητα 2 (Τέλος Κεφαλαίου) θα μπορούσε να συνεισφέρει στην κατανόηση της 1-1 αντιστοιχίας μεταξύ των σημείων της ευθείας και των πραγματικών αριθμών.

E) Να μη γίνουν:

- Τα σύνθετα θέματα 3, 4.
- Οι γενικές ασκήσεις του Κεφαλαίου.

Κεφάλαιο 10°

(Προτείνεται να διατεθούν 12 διδασκτικές ώρες).

§10.1-10.3 (Προτείνεται να διατεθούν 5 διδασκτικές ώρες).

A) Οι διαθέσιμες ώρες αυξάνονται προκειμένου να γίνουν:

- Οι 3 εφαρμογές (με την παρατήρηση της 2)

- Οι 2 δραστηριότητες ..
- B) Θα μπορούσε να γίνει η απόδειξη του Πυθαγορείου θεωρήματος μέσω εμβαδών, όπως παρατίθεται στα στοιχεία του Ευκλείδη και αναφέρεται στο ιστορικό σημείωμα του Κεφαλαίου.
- Γ) Προτεινόμενες ασκήσεις:
 - Οι ερωτήσεις κατανόησης
 - Από τις ασκήσεις εμπέδωσης οι 3 και 6
 - Από τις αποδεικτικές ασκήσεις οι 1, 4, 7 και 8.
- Δ) Να μη γίνουν τα σύνθετα θέματα 1 και 5.
- §10.4** (Προτείνεται να διατεθούν 2 διδακτικές ώρες).
 - A) Να εξηγηθεί ο συμβολισμός της ημιπεριμέτρου).
 - B) Μία επιλογή ασκήσεων θα μπορούσε να είναι:
 - Οι ερωτήσεις κατανόησης 1 και 2.
 - Από τις ασκήσεις εμπέδωσης οι 3 και 4.
 - Από τις αποδεικτικές οι 1, 3 και 5.
 - Γ) Να μη γίνουν τα σύνθετα θέματα 1, 2.
- §10.5-10.6** (Προτείνεται να διατεθούν 5 διδακτικές ώρες).
 - A) Η παράγραφος 10.6 χρειάζεται στο πρόβλημα του τετραγωνισμού του κύκλου (παράγραφος 11.8).
 - B) Να μη γίνουν τα σύνθετα θέματα της §10.5.

Κεφάλαιο 11°

(Προτείνεται να διατεθούν 13 διδακτικές ώρες).

§11.1-11.2 (Προτείνεται να διατεθούν 5 διδακτικές ώρες).

- A) Στην παράγραφο 11.1 μπορεί να γίνει μία υπενθύμιση της έννοιας του κυρτού πολυγώνου και των στοιχείων του, όπως αναφέρεται στην παράγραφο 2.20 που είναι εκτός της ύλης της Α΄ Λυκείου.
- B) Προτείνεται να γίνει η παρατήρηση και το σχόλιο (που χρειάζονται για την επόμενη παράγραφο).
- Γ) Μπορεί να γίνει μία αναφορά στο ρόλο των κανονικών πολυγώνων στη φύση, την τέχνη και τις επιστήμες (βιβλίο καθηγητή για επέκταση της αποδεικτικής άσκησης 1 και συσχέτιση με τη διακόσμηση με κανονικά πολύγωνα).
- Δ) Να μη γίνουν τα σύνθετα θέματα .

§11.3 (Προτείνεται να διατεθούν 3 διδακτικές ώρες).

- A) Βάσει του σχολίου και της παρατήρησης της προηγούμενης παραγράφου, οι μαθητές μπορούν μόνοι τους να οδηγηθούν στην εγγραφή των βασικών κανονικών πολυγώνων σε κύκλο, όπως προτείνεται και στο βιβλίο του καθηγητή.
- B) Προτείνεται να δοθεί έμφαση στην εφαρμογή 1 και στη συνέχεια να γίνει η δραστηριότητα 1 .
- Γ) Να μη γίνουν: τα σύνθετα θέματα.

§11.4-11.5 (Προτείνεται να διατεθούν 2 διδακτικές ώρες).

- A) Οι παράγραφοι αυτοί μπορούν να προετοιμάσουν τους μαθητές που θα ακολουθήσουν τη θετική κατεύθυνση για την εισαγωγή στις άπειρες διαδικασίες με φυσιολογικό τρόπο.
- B) Θα μπορούσαν να αναφερθούν κάποια επιπλέον στοιχεία για τον αριθμό π , αλλά θα πρέπει να ξεκαθαριστεί τι είναι αλγεβρικός και τι υπερβατικός αριθμός (για την παράγραφο 11.8).
- Γ) Να μη γίνει το σύνθετο θέμα 2.

§11.6-11.8 (Προτείνεται να διατεθούν 3 διδακτικές ώρες).

- A) Προτείνεται να δοθεί έμφαση στις εφαρμογές (μηνίσκοι του Ιπποκράτη) και στη δραστηριότητα της § 11.8.
- B) Στην παράγραφο 11.8 (το αδύνατο του τετραγωνισμού του κύκλου) να γίνει αναφορά στα μη επιλύσιμα προβλήματα της Γεωμετρίας με στοιχεία από το ιστορικό σημείωμα του Κεφαλαίου.
- Γ) Να μη γίνει το σύνθετο θέμα 4 .

ΑΛΓΕΒΡΑ

Γ΄ ΤΑΞΗ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Διαχείριση διδακτέας ύλης

Κεφάλαιο 1ο (Προτείνεται να διατεθούν 8 διδακτικές ώρες)

§1.1 Γίνεται επανάληψη των γνωστών από το Γυμνάσιο μεθόδων επίλυσης γραμμικών συστημάτων 2×2 . Εισάγεται η έννοια της οριζουσας, η επίλυση συστημάτων με χρήση οριζουσών και η διερεύνηση παραμετρικών συστημάτων με μια παράμετρο. Γίνεται επίλυση απλών συστημάτων 3×3 .

§1.2 Προτείνεται η επίλυση απλών μη γραμμικών συστημάτων με 2 αγνώστους, καθώς και η έμφαση στη γεωμετρική ερμηνεία των αποτελεσμάτων. Να μη διδαχθούν οι ασκήσεις 4 και 5 της Β' Ομάδας.

Κεφάλαιο 2ο (Προτείνεται να διατεθούν 7 διδακτικές ώρες)

Στην Α' Λυκείου οι μαθητές μελέτησαν την $f(x)=ax^2+bx+c$, μέσω μετατοπίσεων της $g(x)=ax^2$ και εξέτασαν τη μονοτονία και τα ακρότατα αυτής. Στο κεφάλαιο αυτό διατυπώνονται οι γενικοί ορισμοί των παραπάνω εννοιών και εξετάζονται αυτές και για άλλες συναρτήσεις μέσω των γραφικών παραστάσεών τους.

Κεφάλαιο 3ο (Προτείνεται να διατεθούν 20 διδακτικές ώρες)

§3.1 Να δοθεί έμφαση στην έννοια του ακτινίου, στη σύνδεσή του με τις μοίρες και την αναπαράστασή του στον τριγωνομετρικό κύκλο καθώς και στην «κατάληξη» της τελικής πλευράς μιας γωνίας πάνω σε αυτόν.

§3.2 Να γίνει επιλογή από τις ασκήσεις 1-6 και από τις 10-13 της Α' Ομάδας.

§3.3 Προτείνεται να μη δοθούν προς λύση οι ασκήσεις της Β' Ομάδας.

§3.4 Να τονισθούν τα συμπεράσματα που περιέχονται στο Σχόλιο της παραγράφου.

Προτείνεται να γίνουν κατά προτεραιότητα οι ασκήσεις:

A) 1, 3, 4, 5, 6 και 7(i, ii) της Α' Ομάδας

B) 1, 2 και 3 της Β' Ομάδας.

§3.5 Προτείνεται να μη γίνουν:

A) Η άσκηση 11(ii) της Α' Ομάδας.

B) Όλες οι ασκήσεις της Β' Ομάδας.

§3.6- & §3.7: Η διδασκαλία αυτών των δύο παραγράφων να περιορισθεί σε απλές εφαρμογές των τύπων και σε ασκήσεις Α' ομάδας.

Κεφάλαιο 4ο (Προτείνεται να διατεθούν 20 διδακτικές ώρες)

§4.1 Προτείνεται να γίνουν κατά προτεραιότητα οι ασκήσεις:

A) 1 και 2 (i, ii, iii) της Α' Ομάδας

B) 2 και 3 της Β' Ομάδας.

§4.2 Προτείνεται:

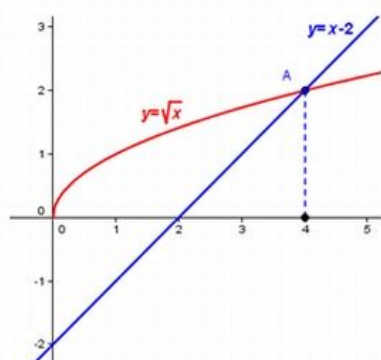
A) Να γίνουν κατά προτεραιότητα οι ασκήσεις 1 (i, iv), 2, 3 και 10 της Α' Ομάδας.

B) Να μη γίνουν οι ασκήσεις της Β' Ομάδας.

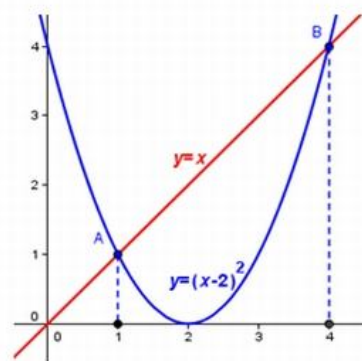
§4.3 Στην ενότητα αυτή εισάγονται νέα εργαλεία για την παραγοντοποίηση πολυωνύμων μέσω της οποίας επιλύονται στη συνέχεια πολυωνυμικές εξισώσεις και ανισώσεις βαθμού μεγαλύτερου από 2. Προτείνεται να γίνουν κατά προτεραιότητα: Οι ασκήσεις 1, 4, 5, 6 και 8 της Α' Ομάδας και προβλήματα της Β' Ομάδας, τα οποία οδηγούν στην επίλυση πολυωνυμικών εξισώσεων.

§4.4 Στην ενότητα αυτή επιλύονται εξισώσεις και ανισώσεις που ανάγονται σε πολυωνυμικές, όπως άρρητες και κλασματικές εξισώσεις και ανισώσεις.

A) Να δοθεί έμφαση στο γεγονός ότι η ύψωση των μελών μιας εξίσωσης στο τετράγωνο δεν οδηγεί πάντα σε ισοδύναμη εξίσωση. Αυτό μπορεί να γίνει και με τη βοήθεια των παρακάτω γραφικών παραστάσεων



Γραφική λύση της $\sqrt{x} = x - 2$



Γραφική λύση της $x = (x - 2)^2$

Β) Προτείνεται να μη γίνουν οι ασκήσεις 3 και 4 της Β' Ομάδας.

Κεφάλαιο 5ο (Προτείνεται να διατεθούν 20 διδακτικές ώρες)

§5.1 Προτείνεται να δοθεί έμφαση στα προβλήματα της Β' Ομάδας, με προτεραιότητα στις 6, 7 και 8.

§5.2 Α) Προτείνεται να γίνουν κατά προτεραιότητα:

Οι ασκήσεις της Α' Ομάδας με έμφαση στα προβλήματα.

Οι ασκήσεις 2, 3, 5 της Β' Ομάδας.

Β) Προτείνεται να μη γίνουν οι ασκήσεις 6, 7 και 8 της Β' Ομάδας.

§5.3 Α) Προτείνεται να διδαχθούν μόνο οι συναρτήσεις $f(x)=\log x$ και $f(x)=\ln x$.

Β) Προτείνεται να γίνουν κατά προτεραιότητα οι ασκήσεις: 2, 5, 6, 7 και 8 της Α' Ομάδας και 1(i, iii), 3, 5, 7 και 8 της Β' Ομάδας.

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Γ' ΤΑΞΗ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Διαχείριση διδακτέας ύλης

Η διαχείριση είναι αυτή της Β' ημερησίου Γενικού Λυκείου προσαρμοσμένη στον διατιθέμενο χρόνο και στη διδακτέα ύλη, όπως αυτή ορίστηκε για τη Γ' Τάξη Εσπερινού Γενικού Λυκείου.

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

Β' ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ Γ' ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Διαχείριση διδακτέας ύλης

Κεφάλαιο 1^ο

(Προτείνεται να διατεθούν 16 διδακτικές ώρες).

Ειδικότερα για την §1.5 προτείνονται τα εξής:

§1.5 Α) Μετά τη διδασκαλία της υποπαραγράφου «Προβολή διανύσματος σε διάνυσμα» να δοθεί και να συζητηθεί η ερώτηση κατανόησης 13, με σκοπό να κατανοήσουν οι μαθητές:

✓ Το ρόλο της προβολής διανύσματος σε διάνυσμα κατά τον υπολογισμό του εσωτερικού γινομένου αυτών.

✓ Ότι δεν ισχύει η ιδιότητα της διαγραφής στο εσωτερικό γινόμενο.

Β) Να μη γίνουν:

➤ Οι ασκήσεις 8, 9 και 10 της Α' Ομάδας.

➤ Οι ασκήσεις 1, 3 και 10 της Β' Ομάδας.

➤ Οι Γενικές Ασκήσεις.

Κεφάλαιο 2^ο

(Προτείνεται να διατεθούν 12 διδακτικές ώρες).

Ειδικότερα για την §2.3 προτείνονται τα εξής:

§2.3 Α) Πριν δοθούν οι τύποι της απόστασης σημείου από ευθεία και του εμβαδού τριγώνου, οι μαθητές να επεξεργαστούν δραστηριότητες, όπως οι παρακάτω δύο:

1^η: Δίνονται η ευθεία $\varepsilon: x - y + 1 = 0$ και το σημείο $A(5, 2)$. Να βρεθούν:

i) Η εξίσωση της ευθείας ζ που διέρχεται από το A και είναι κάθετη στην ε .

ii) Οι συντεταγμένες του σημείου τομής της ζ με την ε .

iii) Η απόσταση του A από την ε .

Στη συνέχεια, να δηλωθεί στους μαθητές ότι με ανάλογο τρόπο μπορεί να αποδειχθεί ο τύπος απόστασης ενός σημείου από μία ευθεία, ο οποίος και να δοθεί.

2^η: Δίνονται τα σημεία $A(5, 2)$, $B(2, 3)$ και $\Gamma(3, 4)$. Να βρεθούν:

i) Η εξίσωση της ευθείας $B\Gamma$.

ii) Το ύψος AD του τριγώνου $AB\Gamma$ και

iii) Το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

Στη συνέχεια, να δηλωθεί στους μαθητές ότι με ανάλογο τρόπο μπορεί να αποδειχθεί ο τύπος του εμβαδού τριγώνου του οποίου είναι γνωστές οι συντεταγμένες των κορυφών.

Β) Να μη γίνουν:

- Η άσκηση 7 της Β' Ομάδας.
- Από τις Γενικές Ασκήσεις οι 3, 4, 5, 6 και 7.

Κεφάλαιο 3^ο

(Προτείνεται να διατεθούν 22 διδακτικές ώρες).

Ειδικότερα για τις §3.2, 3.3 και 3.5 προτείνονται τα εξής:

§3.2 Α) Πριν δοθεί ο τύπος της εξίσωσης της παραβολής, να λυθεί ένα πρόβλημα εύρεσης εξίσωσης παραβολής της οποίας δίνεται η εστία και η διευθετούσα. Για παράδειγμα της παραβολής με εστία το σημείο $E(1,0)$ και διευθετούσα την ευθεία $\delta: x = -1$.

Με τον τρόπο αυτό οι μαθητές έρχονται σε επαφή με τη βασική ιδέα της απόδειξης.

Β) Οι ασκήσεις 4 – 8 να γίνουν για συγκεκριμένη τιμή του p , π.χ. για $p = 2$

§3.3 Α) Πριν δοθεί ο τύπος της εξίσωσης της έλλειψης, να λυθεί ένα πρόβλημα εύρεσης εξίσωσης έλλειψης της οποίας δίνονται οι εστίες και το σταθερό άθροισμα $2a$. Για παράδειγμα της έλλειψης με εστίες τα σημεία $E'(-4,0)$, $E(4,0)$ και $2a = 10$.

Β) Να μη δοθεί έμφαση σε ασκήσεις που αναλώνονται σε πολλές πράξεις, όπως είναι, για παράδειγμα, οι ασκήσεις 3 και 5 της Β' Ομάδας.

§3.5 Από την παράγραφο αυτή θα διδαχθεί μόνο η υποπαράγραφος «Σχετική θέση ευθείας και κωνικής» και για κωνικές της μορφής των παραγράφων 3.1 – 3.4. Έτσι, οι μαθητές θα γνωρίσουν την αλγεβρική ερμηνεία του γεωμετρικού ορισμού της εφαπτομένης των κωνικών τομών και γενικότερα της σχετικής θέσης ευθείας και κωνικής τομής.

Ο ΥΦΥΠΟΥΡΓΟΣ
ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ

ΑΛΕΞΑΝΔΡΟΣ ΔΕΡΜΕΝΤΖΟΠΟΥΛΟΣ

Εσωτ. Διανομή

- Δ/νση Σπουδών Δ.Ε., Τμήμα Α'
- Δ/νση Εκκλησιαστικής Εκπ/σης
- Δ/νση Ιδιωτικής Εκπ/σης
- Δ/νση Π.Ο.Δ.Ε.
- Δ/νση Ειδικής Αγωγής
- ΣΕΠΕΔ