

Μαθηματικές Συναντήσεις

ΣΗΜΕΙΩΜΑ 6 / ΑΠΡΙΛΙΟΣ-ΜΑΪΟΣ 2014

**Ενδεικτική πρόταση θεμάτων
στην Απόλυτη Τιμή και τις Ρίζες
Πραγματικών Αριθμών,
στο πλαίσιο της Άλγεβρας
Α΄ Λυκείου**

Του ΔΗΜΗΤΡΗ ΝΤΡΙΖΟΥ
Σχολικού Συμβούλου Μαθηματικών
Τρικάλων και Καρδίτσας



Τα θέματα του παρόντος Σημειώματος προτείνονται με στόχο να επεκτείνουν και να εμπλουτίσουν τις ασκήσεις του σχολικού βιβλίου Άλγεβρας Α΄ τάξης Γενικού Λυκείου στην ενότητα Απόλυτη Τιμή και Ρίζες Πραγματικών Αριθμών. Να δώσουν, επίσης, το έναυσμα για την εμπέδωση των μαθηματικών εννοιών και στο επίπεδο των γεωμετρικών τους αναπαραστάσεων.

Έχουμε τη γνώμη ότι τα εν λόγω θέματα ευνοούν και υποστηρίζουν την εννοιολογική κατανόηση –που είναι τελικά και ένα από τα ποιοτικά ζητούμενα της μαθηματικής εκπαίδευσης.

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟ

Τα θέματα αυτού του μέρους αναφορικά με το βαθμό δυσκολίας τους θα μπορούσαν να χαρακτηρισθούν ως ασκήσεις Α΄ Ομάδας, και έχουν στόχο να εμπεδώσουν οι μαθητές την έννοια της απόλυτης τιμής πραγματικού αριθμού από την οπτική της γεωμετρικής της εποπτείας.

Θέμα 1ο

Πάνω σε έναν άξονα $x'x$ να πάρετε τα σημεία $A(2)$ και $B(10)$.

Αν $M(x)$ είναι σημεία του άξονα, τότε να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες:

α) $(MA) = 3$

β) $(MB) = 4$

γ) $(MA) = (MB)$

δ) $(MB) < 4$

ε) $(MB) > 4$

Στη συνέχεια να γράψετε τις εξισώσεις ή τις ανισώσεις που αντιστοιχούν στα παραπάνω ερωτήματα, χρησιμοποιώντας το σύμβολο της απόλυτης τιμής.

Θέμα 2ο

Χρησιμοποιώντας το σύμβολο της απόλυτης τιμής, να γράψετε τις εξισώσεις ή τις ανισώσεις που αντιστοιχούν στις παρακάτω προτάσεις και στη συνέχεια να βρείτε τις λύσεις τους:

- α) Η απόσταση των αριθμών x και 4 πάνω σε έναν άξονα είναι ίση με 6 μονάδες.
- β) Η απόσταση των αριθμών x και 3 πάνω σε έναν άξονα είναι μικρότερη ή ίση από 5 μονάδες.
- γ) Η απόσταση των αριθμών x και 2 πάνω σε έναν άξονα είναι μεγαλύτερη από 4 μονάδες.
- δ) Ο αριθμός x πάνω σε έναν άξονα ισαπέχει από τους αριθμούς -1 και 17

Θέμα 3ο

Πάνω σε έναν άξονα θεωρούμε τους αριθμούς x και y έτσι, ώστε:

- η απόσταση των αριθμών x και 6 να είναι μικρότερη ή ίση του 4
 - η απόσταση των αριθμών y και -10 να είναι μικρότερη ή ίση του 5
- α. Να βρείτε τα διαστήματα των πραγματικών αριθμών στα οποία ανήκουν οι αριθμοί x και y αντίστοιχα, και να τα απεικονίσετε πάνω σε έναν άξονα $x'x$.
- β. Με βάση την απάντησή σας στο ερώτημα α), να βρείτε τη μικρότερη και τη μεγαλύτερη τιμή της παράστασης $|y - x|$

ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟ

Τα θέματα αυτού του μέρους αναφορικά με το βαθμό δυσκολίας τους θα μπορούσαν να χαρακτηρισθούν ως ασκήσεις Β' Ομάδας. Και έχουν στόχο να αναπτύξουν την αναλυτική και συνθετική σκέψη των μαθητών, με νοητικές συνδέσεις και συσχετισμούς εννοιών και προτάσεων από διαφορετικές περιοχές των σχολικών μαθηματικών.

Θέμα 1ο

Αν $\alpha < \beta < \gamma < 0$, τότε:

α) να αποδείξετε ότι $2\gamma - \alpha - \beta > 0$

β) να αποδείξετε ότι $2\beta\gamma + 2\gamma\alpha - \alpha^2 - 2\alpha\beta - \beta^2 < 0$

γ) αν $A = |\alpha + \beta - 2\gamma| - \sqrt{(\alpha + \beta)^2}$, να αποδείξετε ότι $A = 2\gamma$

Θέμα 2ο

Για τις διαστάσεις α και β ενός ορθογωνίου παραλληλογράμου είναι:

$$\alpha = \sqrt{5 - 2\sqrt{6}} \text{ και } \beta = \sqrt{5 + 2\sqrt{6}}$$

α) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του ορθογωνίου παραλληλογράμου ισούται με 1

β) Να βρείτε τα αναπτύγματα των $(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2$ και $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2$

γ) Να αποδείξετε ότι $\alpha + \beta = 2\sqrt{3}$ και ότι η περίμετρος του ορθογωνίου παραλληλογράμου είναι μικρότερη από 7 μονάδες.

ΜΕΡΟΣ ΤΡΙΤΟ

Στο μέρος αυτό προτείνουμε μια δραστηριότητα για την τάξη, με στόχο να ενισχύσουμε την κατανόηση και εμπέδωση της έννοιας της απόλυτης τιμής πραγματικού αριθμού, από την οπτική της γεωμετρικής της εποπτείας.

Δραστηριότητα για την τάξη:

Σε έναν άξονα $x'x$ να πάρετε δύο οποιαδήποτε σημεία $A(\alpha)$ και $B(\beta)$, και έπειτα να προσδιορίσετε γεωμετρικά τα σημεία του άξονα στα οποία αντιστοιχούν οι αριθμοί $\alpha - \beta$, $\beta - \alpha$ και $\alpha + \beta$.

ΑΝΑΦΟΡΕΣ

Η συγγραφή του παρόντος Σημειώματος βασίστηκε σε ιδέες των άρθρων μου:

1. Ντρίζος, Δ. (2000). Η γεωμετρική εποπτεία στην παρουσίαση της απόλυτης τιμής πραγματικού αριθμού: Μια πρόταση για την επίλυση εξισώσεων και ανισώσεων με απόλυτες τιμές στην Α' Λυκείου. Ευκλείδης Γ' της ΕΜΕ, τχ. 53-54, σελ. 147-160.
2. Ντρίζος, Δ. (1995). Απόλυτες τιμές και ρίζες: θεωρητικές επισημάνσεις και λυμένες ασκήσεις. Ευκλείδης Β' της ΕΜΕ, τχ. Ιουλ.-Αυγ.-Σεπτ. (17), σελ. 12-19.