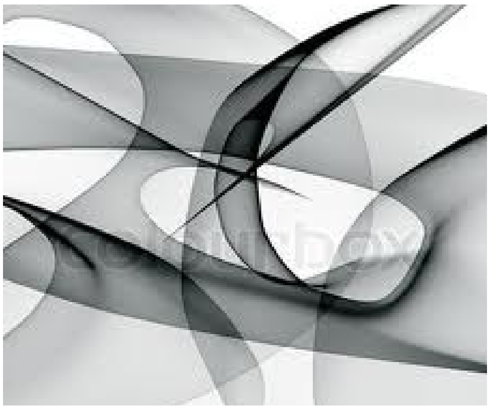
Μαθηματικές Συναντήσεις

ΣΗΜΕΙΩΜΑ 5 / ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ-ΜΑΡΤΙΟΣ 2014

Τρία ΤΕΣΤ Μαθηματικών Κατεύθυνσης Γ΄ τάξης Γενικού Λυκείου για εργασία στην τάξη



Του **ΔΗΜΗΤΡΗ ΝΤΡΙΖΟΥ**
Σχολικού Συμβούλου Μαθηματικών
Τρικάλων και Καρδίτσας

Το *5ο Σημείωμα των* ***"Μαθηματικών Συναντήσεων"*** δημιουργήθηκε με στόχο να αποτελέσει κυρίως το έναυσμα για συζήτηση στην τάξη και κάποιων θεμάτων που αναδεικνύουν τη δύναμη εργαλείων της Ανάλυσης στην αντιμετώπιση ερωτημάτων στοιχειώδους Άλγεβρας.

Έχουμε τη γνώμη ότι μια καλοσχεδιασμένη διδακτική διαχείριση των τεστ[1] του παρόντος Σημειώματος, θα μπορούσε, υπό κατάλληλες προϋποθέσεις, να συμβάλλει στην εμπέδωση μεθοδολογικών ιδεών που ενισχύουν –ως ένα βαθμό– την ικανότητα της αναλυτικής και συνθετικής σκέψης των μαθητών.

Σημειώνουμε τέλος ότι τα εν λόγω τεστ συζητήθηκαν σε προγραμματισμένες συναντήσεις τού σχολικού συμβούλου Δ. Ντρίζου με μαθηματικούς Λυκείων των νομών Τρικάλων και Καρδίτσας, κατά την περίοδο Ιανουαρίου - Φεβρουαρίου 2014.

ΤΕΣΤ 1

Αν για τους θετικούς αριθμούς α, β, γ ισχύουν $\left\{\begin{array}{l} 2\alpha - \dfrac{1}{\alpha} = \beta \\ 2\beta - \dfrac{1}{\beta} = \gamma \\ 2\gamma - \dfrac{1}{\gamma} = \alpha \end{array}\right\}$,

να αποδείξετε ότι $\alpha = \beta = \gamma = 1$

[1] Τα τρία τεστ προτείνεται να δοθούν για επεξεργασία το καθένα ανεξάρτητα από τα άλλα και με τη σειρά που χαρακτηρίζονται στο παρόν Σημείωμα. Παρατηρείστε ότι τα δύο πρώτα τεστ υπεισέρχονται και στο 3^o, το οποίο, για προφανείς λόγους σκοπιμότητας, διατυπώνεται στη γνωστή τυποποιημένη μορφή θέματος εξεταστικής χρήσης.

ΤΕΣΤ 2

Θεωρούμε τις συναρτήσεις:

$$f(x) = \frac{1}{2x},\ x \in (0, +\infty)$$

και

$$h(x) = \frac{1}{20}x^5 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{4}x,\ x \in \mathbb{R}$$

Να αποδείξετε ότι δεν υπάρχει σημείο της γραφικής παράστασης της f στο οποίο να ορίζεται εφαπτομένη που να είναι παράλληλη προς οποιαδήποτε εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της h

ΤΕΣΤ 3

Έστω η παραγωγίσιμη συνάρτηση $f:(0,+\infty) \to \mathbb{R}$ η οποία για κάθε $x \in (0,+\infty)$ ικανοποιεί τις σχέσεις:

- $2\left(f(x)\right)^3 + f(x) \cdot f'(x) = 0$
- $f(x) \neq 0$
- $f(1) + 2f(2) = 1$

Θεωρούμε επίσης και τη συνάρτηση $g(x) = 2x - \frac{1}{x},\ x \in (0,+\infty)$

α) Να αποδείξετε ότι $f(x) = \frac{1}{2x},\ x \in (0,+\infty)$

β) Να αποδείξετε ότι δεν υπάρχει σημείο της γραφικής παράστασης της f στο οποίο να ορίζεται εφαπτομένη που να είναι παράλληλη προς οποιαδήποτε εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της g

γ) Αν για τους θετικούς αριθμούς α, β, γ ισχύουν $\left\{\begin{array}{l} 2\alpha - \dfrac{1}{\alpha} = \beta \\ 2\beta - \dfrac{1}{\beta} = \gamma \\ 2\gamma - \dfrac{1}{\gamma} = \alpha \end{array}\right\}$,

να αποδείξετε ότι $\alpha = \beta = \gamma = 1$

◘