Προβλήματα Μαθηματικών
για το τμήμα επιμόρφωσης καθηγητών ΠΕ.03
στις Τ.Π.Ε. β΄ επιπέδου στο Κ.Σ.Ε. Τρικάλων

Δ. Ντρίζος, Σχολ. Σύμβ. Μαθηματικών
drizosdim@yahoo.gr

1. Αν πάνω στον άξονα των πραγματικών αριθμών σημειώσουμε τις θέσεις δύο αριθμών α και β, τότε να προσδιοριστούν οι θέσεις των αριθμών α-β, β-α και α+β πάνω στον άξονα.

2. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και έστω Κ και Λ τα μέσα των πλευρών ΑΒ και ΒΓ αντίστοιχα. Αν ένα σημείο Μ διατρέχει την πλευρά ΑΓ, να αποδείξετε ότι το άθροισμα των εμβαδών των τριγώνων ΑΚΜ και ΛΜΓ ισούται με το εμβαδόν του τετραπλεύρου ΒΚΜΛ για οποιαδήποτε θέση του Μ επί της πλευράς ΑΓ.

Σημείωση
Το ζητούμενο θα μπορούσαμε να το διατυπώσουμε και ως εξής:
Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τετραπλεύρου ΒΚΜΛ παραμένει σταθερό ανεξάρτητα από τη θέση του Μ επί της πλευράς ΑΓ.

3.1. Θεωρούμε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ και σημείο Μ που κινείται στην υποτείνουσα ΒΓ. Από το Μ φέρνουμε τα κάθετα τμήματα ΜΚ και ΜΛ προς τις πλευρές ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα, όπου Κ σημείο της πλευράς ΑΒ και Λ σημείο της πλευράς ΑΓ. Να προσδιοριστεί η θέση του Μ στη ΒΓ, ώστε το μήκος του τμήματος ΚΛ να γίνεται ελάχιστο.

3.2. Θεωρούμε τρίγωνο ΑΒΓ και σημείο Μ που κινείται στην πλευρά ΒΓ. Από το Μ φέρνουμε τα κάθετα τμήματα ΜΚ και ΜΛ προς τις πλευρές ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα, όπου Κ σημείο της πλευράς ΑΒ και Λ σημείο της πλευράς ΑΓ. Να προσδιοριστεί η θέση του Μ στη ΒΓ, ώστε το μήκος του τμήματος ΚΛ να γίνεται ελάχιστο.

3.3. Θεωρούμε τρίγωνο ΑΒΓ και σημείο Μ που κινείται στην πλευρά ΒΓ. Φέρνουμε τα τμήματα ΜΚ και ΜΛ, όπου Κ σημείο της πλευράς ΑΒ και Λ σημείο της πλευράς ΑΓ τέτοια, ώστε $\mathrm{B}\hat{\mathrm{K}}\mathrm{M} = \mathrm{M}\hat{\Lambda}\Gamma = \hat{\omega}$, όπου $\hat{\omega}$ γωνία με το ίδιο σταθερό μέτρο για οποιαδήποτε θέση του Μ.
Να προσδιοριστεί η θέση του Μ στη ΒΓ, ώστε το μήκος του τμήματος ΚΛ να γίνεται ελάχιστο.

4. Δίνεται κύκλος κέντρου Κ και ακτίνας R και μια ευθεία (ε) η οποία δεν έχει κοινά σημεία με τον κύκλο.
Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των κέντρων των κύκλων οι οποίοι εφάπτονται εξωτερικά του παραπάνω κύκλου και της ευθείας (ε).