



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΕΘΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣ/ΤΩΝ  
ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ  
Π/ΘΜΙΑΣ & Δ/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  
ΓΡΑΦΕΙΟ ΣΧΟΛΙΚΩΝ ΣΥΜΒΟΥΛΩΝ  
Δ/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΤΡΙΚΑΛΩΝ  
*Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών*

*Δημήτριος Ντρίζος, Μ.Εδ.*  
Μ. Μπότσαρη 2 - 42100 ΤΡΙΚΑΛΑ  
Αρ. γραφ. 307 - Τηλ. 24310-46495, Φαξ 24310-46461  
Ηλεκτρ. Ταχ.: grss@dide.tri.sch.gr  
drizosdim@yahoo.gr

Τρίκαλα, 18 Δεκεμβρίου 2007  
Αριθ. πρωτ. 242

**ΠΡΟΣ**

Τους καθηγητές Μαθηματικών  
των Λυκείων των νομών Τρικάλων &  
Καρδίτσας

**Οδηγίες για τη διδασκαλία της Άλγεβρας και της Γεωμετρίας στην Β' Λυκείου**

Αγαπητοί συνάδελφοι,

Η ύλη των Μαθηματικών που πρέπει να διδαχτεί κατά το τρέχον σχολικό έτος (2007-2008) καθώς και ο αριθμός διδακτικών ωρών που προβλέπεται να διατεθούν ανά παράγραφο προσδιορίζονται από το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο (Π.Ι.) στην έκδοση του Ο.Ε.Δ.Β.: *Οδηγίες για τη διδασκτέα ύλη των ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ του ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ κατά το σχολικό έτος 2007-2008.*

Ωστόσο, στην πράξη τελικά, η ακριβής διαχείριση-υλοποίηση της εσωτερικής κατανομής των προβλεπομένων διδακτικών ωρών ανά παράγραφο, εξειδικεύεται ως ένα βαθμό και από τον διδάσκοντα, αφού πρόκειται για ένα ζήτημα που εξαρτάται και από μια σειρά άλλων πραγματικών παραγόντων-ιδιομορφιών, όπως είναι για παράδειγμα το γνωστικό επίπεδο των μαθητών της τάξης, ο πραγματικός διαθέσιμος χρόνος για τη διδασκαλία του μαθήματος κ.ά. Από την άλλη όμως, οι προσωπικές αυτές εξειδικεύσεις πρέπει να κινούνται στο πλαίσιο ενός ρεαλιστικού και καλά οργανωμένου προγραμματισμού, ο οποίος δεν πρέπει να δημιουργεί εμπόδια στην ολοκλήρωση της διδασκαλίας της προβλεπόμενης ύλης.

*Παρακάτω προτείνω μια σειρά συγκεκριμένων επισημάνσεων που αφορούν την ύλη αλλά και τη διδασκαλία κάποιων σημείων, ενοτήτων ή κεφαλαίων της Άλγεβρας και της Γεωμετρίας στην Β' Λυκείου.*

**Άλγεβρα Β' Λυκείου**

**I.** Να διδαχτεί, στο πλαίσιο μιας συνεκτικής ενότητας, η ομάδα των συναρτήσεων:

$$y = \rho \cdot \eta\mu(\omega \cdot x) \quad : (1)$$

$$y = \rho \cdot \sigma\upsilon\nu(\omega \cdot x) \quad : (2)$$

$$y = \rho \cdot \eta\mu(\omega \cdot x + \phi) \quad : (3)$$

$$y = \alpha \cdot \eta\mu(\omega \cdot x) + \beta \cdot \sigma\upsilon\nu(\omega \cdot x) \quad : (4), \text{ όπου } \alpha, \beta \neq 0$$

Οι μορφές (1) και (2) αναφέρονται στην σελ. 17, ενώ οι μορφές (3) και (4) στις σελ. 44 έως και 48 του σχολικού βιβλίου της Άλγεβρας Β' Λυκείου (έκδοση 2007).

Για τη διδασκαλία των συναρτήσεων αυτών να χρησιμοποιηθούν απλά παραδείγματα και ασκήσεις επιπέδου Α' Ομάδας.

#### **Διδακτικοί στόχοι:**

**α.** Να κατανοήσουν οι μαθητές ότι διαμέσου αυτών των μορφών [μορφές: (1), (2) και (3).] μπορούμε να προσδιορίζουμε άμεσα, **πρώτον**, την μέγιστη και την ελάχιστη τιμή των συναρτήσεων αυτών και, **δεύτερον**, την περίοδό τους.

**β.** Να μπορούν να κατασκευάζουν τη γραφική παράσταση συναρτήσεων τέτοιας μορφής.

**γ.** Στις ασκήσεις, να μπορούν να μετασχηματίζουν τη μορφή (4) στη μορφή (3) έτσι, ώστε να βρίσκουν την μέγιστη, την ελάχιστη τιμή και την περίοδο συναρτήσεων που δίνονται στη μορφή (4).

#### **Παρατηρήσεις:**

**α.** Η ενότητα αυτή να διδαχτεί στο τέλος του κεφαλαίου της **Τριγωνομετρίας**. Και, αν κάποιοι συνάδελφοι διδάσκουν ήδη το κεφάλαιο των **Πολυωνύμων-Πολυωνομικών εξισώσεων**, να προγραμματίσουν τη διδασκαλία αυτής της ενότητας για το τέλος του κεφαλαίου αυτού, έτσι ώστε να μην διακοπεί η ροή της διδασκαλίας τους..

**β.** Να επισημανθεί ότι οι συναρτήσεις αυτές παίζουν έναν ιδιαίτερο ρόλο στα Μαθηματικά και κυρίως στις Εφαρμογές τους από τον χώρο της Φυσικής. Τις συναρτήσεις αυτές συναντούμε να περιγράφουν περιοδικές διαδικασίες στα εναλλασσόμενα ρεύματα, στις αρμονικές ταλαντώσεις και στη διάδοση των κυμάτων.

2. Κατά τη διδασκαλία της ενότητας των γεωμετρικών προόδων να διδαχτεί και να επισημανθεί ο λειτουργικός ρόλος του τύπου που μας δίνει το άθροισμα των άπειρων όρων γεωμετρικής προόδου με  $|\lambda| < 1$ . Να διδαχτούν τα παραδείγματα 1<sup>ο</sup> και 2<sup>ο</sup> (σελ. 114-115) και να γίνουν ασκήσεις άμεσης εφαρμογής του τύπου:

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \dots = \frac{\alpha_1}{1 - \lambda}.$$

Να προταθεί ως **ελεύθερο θέμα** (σε εργασία για το σπίτι) η άσκηση 3 της Β' Ομάδας, σελ. 116-117, και σε επόμενο μάθημα το θέμα αυτό να αντιμετωπιστεί διεξοδικά στην τάξη.

3. Όσον αφορά τη σειρά διδασκαλίας των κεφαλαίων της Άλγεβρας, ισχύει η προηγούμενη οδηγία που σας έχω στείλει (: 1<sup>ο</sup>, 2<sup>ο</sup>, 4<sup>ο</sup> και 3<sup>ο</sup>).

4. Μπορεί να γίνει επιλεκτική ή οποιαδήποτε άλλη διδακτική χρήση και των σημειώσεών μου: **ΘΕΜΑΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ**, που σας έχω στείλει τον Οκτώβριο του 2007.

#### **Γεωμετρία Β' Λυκείου**

Η ύλη της Γεωμετρίας στην Β' Λυκείου ολοκληρώνεται με τη διδασκαλία της Στερεομετρίας, κεφάλαια 12<sup>ο</sup> και 13<sup>ο</sup> (:Οδηγίες για τη διδακτέα ύλη των ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ του ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ κατά το σχολικό έτος 2007-2008, σελ.77-78).

Για τη διδασκαλία των κεφαλαίων 12<sup>ο</sup> και 13<sup>ο</sup>, λόγω και του πραγματικού χρόνου που έχουμε στη διάθεσή μας για τη διδασκαλία της Γεωμετρίας, σας προτείνω:

- **Κεφάλαιο 12<sup>ο</sup> (Ευθείες και επίπεδα στο χώρο)**

Το πνεύμα της διδασκαλίας να μην εστιάζεται στις αποδείξεις, αυτές καθαυτές, των διαφόρων θεωρημάτων, αλλά να αναδεικνύεται ο λειτουργικός τους ρόλος στο

πλαίσιο της γεωμετρικής αισθητοποίησης του Χώρου από μέρους των μαθητών, με τη συμβολή ερωτήσεων κατανόησης, ασκήσεων εμπέδωσης και κάποιων απλών αποδεικτικών ασκήσεων. Στο πλαίσιο αυτό να επισημανθούν:

- Οι σχετικές θέσεις δυο επιπέδων στο χώρο.
- Οι σχετικές θέσεις μιας ευθείας και ενός επιπέδου στο χώρο.
- Η έννοια των ασυμβάτων ευθειών.
- Η γωνία δυο ασυμβάτων ευθειών. Ορθογώνιες ευθείες.
- Η συνθήκη ώστε μια ευθεία να είναι κάθετη σε ένα επίπεδο.
- Το θεώρημα των τριών καθέτων.
- Η έννοια της διέδρης γωνίας και η αντίστοιχη επίπεδη (γωνία) της διέδρης.
- Γωνία ευθείας και επιπέδου.

• Κεφάλαιο 13<sup>ο</sup> (Στερεά σχήματα)

Η διδασκαλία του κεφαλαίου αυτού να διαμορφωθεί στην κατεύθυνση υλοποίησης των επόμενων στόχων:

Οι μαθητές, **πρώτον**, να αναγνωρίζουν και να απεικονίζουν προσεκτικά στο επίπεδο τα βασικά στερεά (: Κύβος, Ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο, Πυραμίδα, Κύλινδρος, Κώνος και Σφαίρα), **δεύτερον**, να γνωρίζουν τις χαρακτηριστικές ιδιότητές τους και, **τρίτον**, να υπολογίζουν την επιφάνεια και τον όγκο τους. Να μην γίνουν αποδείξεις θεωρίας.

***Λίγα λόγια για τη Γεωμετρία στη χώρα του Ευκλείδη σήμερα***

Αγαπητοί συνάδελφοι,

Όπως όλοι γνωρίζουμε καλά, το μάθημα της Ευκλείδειας Γεωμετρίας, εδώ και χρόνια, υποτιμάται συστηματικά και η προβλεπόμενη διδακτέα ύλη του έχει περιοριστεί, πλέον, σε μια θεματολογία όπου κυριαρχούν οι μετρικές σχέσεις και η αλγεβρική τους διαχείριση (αναφέρομαι στη ύλη Γεωμετρίας της Β' Λυκείου). Κάτι τέτοιο όμως βρίσκεται κοντύτερα στην Άλγεβρα και, μάλλον, ως Γεωμετρία δεν θα έπρεπε να χαρακτηρίζεται! Φτάσαμε στο σημείο όπου, το μάθημα που καλύτερα από οποιοδήποτε άλλο, μπορεί να μνήσει τους μαθητές μας στην διαδικασία της απόδειξης, που διαμορφώνει επιχειρήματα και οξύνει το γλωσσικό αισθητήριο, να έχει καταντήσει ένας κατάλογος από τύπους και συνταγές προς αποστήθιση. Βέβαια, η υπόθεση αυτής της υποβάθμισης δεν είναι καθόλου τυχαία, δεν αποτελεί πρόβλημα που εντοπίζεται μόνο στη χώρα μας και σίγουρα δεν είναι μια υπόθεση χτεσινή. Θα μπορούσαμε να εκθέσουμε εδώ λόγους και μια σειρά γεγονότων που επηρέασαν, στην πορεία του χρόνου, τη διδακτέα ύλη αλλά και την ίδια την διδασκαλία των Μαθηματικών –και ειδικότερα της Ευκλείδειας Γεωμετρίας– στην Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση της χώρας μας. Κάτι τέτοιο όμως δεν εντάσσεται στους στόχους αυτού του μικρού σημειώματος.

Εδώ και κάποια χρόνια, όπως όλοι γνωρίζουμε, οι μαθητές μας τελειώνουν το Λύκειο χωρίς στοιχειώδεις, έστω, γνώσεις της γεωμετρίας του Χώρου. Αρκετοί αδυνατούν, για παράδειγμα να απεικονίσουν στο επίπεδο τα γνωστά βασικά στερεά και δεν γνωρίζουν ούτε τις στοιχειώδεις γεωμετρικές ιδιότητές τους (και αυτό χωρίς δική τους ευθύνη). Βέβαια, το πρόβλημα αυτό δεν το δημιουργήσαμε εμείς οι διδάσκοντες. Ήρθε ως εφαρμογή προγραμμάτων σπουδών και συνδυάστηκε, στην πορεία, με το γεγονός του αποκλεισμού του μαθήματος από τις πανελλήνιες εξετάσεις της Γ' Λυκείου και αργότερα με τον εξοβελισμό της Γεωμετρίας από τα διδασκόμενα μαθήματα της Γ' Λυκείου και την κατάργηση της Στερεομετρίας! Ανεξάρτητα, όμως, απ' όλη αυτή την επιχείρηση υποβάθμισης της Ευκλείδειας Γεωμετρίας, όλοι μας (ή, εν πάση περιπτώσει, θέλω να πιστεύω οι περισσότεροι) αναγνωρίζουμε τον παιδευτικό της ρόλο στη μαθηματική συγκρότηση των μαθητών μας και τη συμβολή

της στην ανάπτυξη και ενίσχυση της γόνιμης παρατηρητικότητας, της αναλυτικής και της αφαιρετικής σκέψης και της συνθετικής ικανότητας, περισσότερο από οποιοδήποτε άλλο μάθημα. Άλλωστε, δεν είναι καθόλου τυχαίο το γεγονός ότι σε όλους τους μαθηματικούς διαγωνισμούς, από τις Εθνικές έως και τις Διεθνείς Μαθηματικές Ολυμπιάδες, προτείνονται πάντοτε προβλήματα και από την περιοχή της Ευκλείδειας Γεωμετρίας. Και αυτό γιατί η Ευκλείδεια Γεωμετρία ενδείκνυται ως γνωστικό πεδίο στο οποίο θα μπορούσαν να δοκιμαστούν η φαντασία και η επινοητικότητα.

(Αν είναι εφικτό, σας προτείνω να δείτε τα εξής άρθρα: **1. Γεωμετρίας Εγκώμιον** του Ε. Αγγελόπουλου, καθηγητή του Ε.Μ.Π., περιοδικό *Ευκλείδης Γ'* της Ε.Μ.Ε., τχ. 46, τόμ. 13, σ.σ 5-16, Αθήνα 1996 και **2. Οι συνέπειες από την κατάργηση της Ευκλείδειου Γεωμετρίας στη μέση εκπαίδευση της Κύπρου ή Είναι άραγε νεκρός ο Ευκλείδης;** του Γ.-Σ. Σμυρλή, Τμήμα Μαθηματικών και Στατιστικής Παν/μίου Κύπρου, περιοδικό *Μαθηματική Επιθεώρηση* της Ε.Μ.Ε., τχ. 55, σ.σ 45-56, Αθήνα 2001.)

Δημήτριος Ντρίζος  
Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών